

Erweiterung des Simulationsprozesses von  
Lichtfeldern für die virtuelle  
Leuchtenentwicklung im Automobilbau

**Dissertation**  
zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur**  
**(Dr.-Ing.)**

vorgelegt der  
Fakultät für Maschinenbau der  
Technischen Universität Ilmenau

von Herrn  
**Dipl.-Ing. Sebastian Häring**  
geboren am 02. Dezember 1977 in Sömmerda/Deutschland

verteidigt am  
**24. September 2009**

**urn:nbn:de:gbv:ilm1-2009000305**

## **Vorwort:**

Diese Dissertation ist der Hauptbestandteil meines Promotionsverfahrens, das ich in enger Zusammenarbeit von der TU-Ilmenau mit der Volkswagen AG durchlaufen habe. In den Jahren von 2004 bis 2009 erarbeitete ich einen Großteil der Dissertation als interner Doktorand und anschließend als Mitarbeiter von Volkswagen. Dieses Vorwort nutze ich, um allen Personen zu danken, die mich fachlich und nichtfachlich bei meinem Vorhaben unterstützt und gefordert haben.

Besonderer Dank gilt Professor Gall für die Betreuung meiner Arbeit und für die Möglichkeit, mit größtmöglicher Eigenständigkeit den Inhalt zu gestalten. Für das Koreferat bedanke ich mich herzlich bei Professor von Hoffmann von der Georg-Simon-Ohm Hochschule Nürnberg und bei Dr. Franz Schmidt, Geschäftsführer der TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH. Darüber hinaus möchte ich meinen Prüfern, Professor Schierz und Professor Brüderlin, für die Bereitschaft danken, mich im Rigorosum auf Herz und Nieren zu prüfen.

Die Kollegen und Freunde von Volkswagen und Audi haben es mir vor Ort ermöglicht, in warmer menschlicher Atmosphäre die Energie für die vielen Stunden auf zu bringen. Bedanken möchte ich mich explizit bei: Dr. Markus Denny, Mathias Hahn, Claudia Haig, Dr. Marcus Heitmann, Henning Kiel, Martin Kleimeyer, Antje Kochan, Daniel Mensch, Dr. Cornelius Möckel, Dr. Johannes Neft, Philipp Rode, Sabrina Sellmann, Ulrike Siemer, Robert Struck, Mathias Thamm, Sebastian Vogler, Florian Walter und Berend Wegner.

Besonderer Dank gilt hierbei noch den Firmen: TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH, 3Dinteractive GmbH und metaio GmbH für die gute Zusammenarbeit. Auch möchte ich meinem damaligen Studenten, Stefan Kniep, vielmals für seine vorbildhafte Zusammenarbeit und Freundschaft danken.

Ohne die liebevolle Unterstützung meiner Eltern, bereits während meines Studiums in Ilmenau, wäre diese Arbeit niemals zustande gekommen - vielen Dank!



## Kurzfassung:

Virtuelle Produktentwicklung ist eine Antwort auf die Frage nach einem schnellen und kostenoptimierten Produktentstehungsprozess. Die Kraftfahrzeugbeleuchtung wird mit virtuellen Techniken entwickelt und abgesichert. Neben den gesetzlichen Normen für die Lichtstärkeverteilung muss auch die Erscheinung in der Nachtsituation virtuell bewertbar sein.

Für die Bewertung der Nachterscheinung ist die Bestimmung der Leuchtdichtevertelung von Leuchten zu Leuchtzwecken nötig. Dafür werden der bislang etablierte Simulationsprozess analysiert und die existierenden Methoden auf Tauglichkeit für die Leuchtdichtebestimmung untersucht. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, neue Methoden für die Verarbeitung von Lichtfeldern für die virtuelle Absicherung zu entwickeln.

Ergebnis dieser Arbeit sind zwei neu entwickelte Methoden, das 4D-Vollhistogramm und der 4D-Kerndichteschätzer. Diese Methoden ermöglichen die Leuchtdichteschätzung aus simulierten Photonen des Flächen-Lichtfeldes. Der Histogramm-Ansatz geht von einer A-priori-Diskretisierung des Ort-Richtungs-Raumes aus und schätzt das komplette Lichtfeld. Der Kerndichteschätzer ist durch die  $k$ -Nächste-Nachbarn-Methode adaptiv zur Dichte und schätzt nur die jeweilig notwendige Ansicht. Beide Methoden sind unabhängig von der Leuchtenkomplexität und somit für virtuelle Untersuchungen der Aspektvielfalt sehr gut geeignet. Sie bilden die Grundlage für vielfältige Anwendungen im lichttechnischen Nahfeld und komplettieren die Methoden der virtuellen Produktentwicklung im Bereich der Kraftfahrzeugbeleuchtung.

## Abstract:

Product development can be faster and more cost-effective by using virtual methods during the process. Systems for automotive lighting are already designed and approved by simulation. Regulations by law for intensity distribution have to be evaluated as well as the visual appearance in night situation.

The luminance distribution is the basis for rating the visual appearance. First of all the established process is analyzed for methods allowing to generate these distributions. The results indicate that for creating luminance distributions new methods are necessary.

A 4D histogram method and a 4D kernel density estimation approach are developed in this work. These two methods can perform a density estimation of simulated photons from a surface light field. The histogram discretises the whole spatial and angular domain for complete density estimation. The kernel density approach estimates the specific view only. Both methods are independent from the complexity of the optical system. Hence these methods are very useful for rating many visual aspects in a short time. In addition to that a variety of further applications is possible for lighting calculations in the near field.

**Zusatz Doktorarbeiten Deutsch:**

Die Ergebnisse, Meinungen und Schlüsse dieser Dissertation sind nicht notwendigerweise die der Volkswagen AG.

**Zusatz Doktorarbeiten Englisch:**

The results, opinions and conclusions expressed in this thesis are not necessarily those of Volkswagen AG.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Hintergrund - virtuelle Entwicklung im Automobilbau</b>	<b>1</b>
1.1	Ziel der Arbeit . . . . .	3
1.2	Untersuchungsgegenstand und Eingrenzung . . . . .	5
1.2.1	Eingrenzung . . . . .	6
1.2.2	Verwendung Begrifflichkeit <i>Ray-Tracing</i> und <i>Photon-Tracing</i> . . .	6
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Grundlagen - Stand der Technik</b>	<b>9</b>
2.1	Licht und der Charakter von Lichtkenngrößen . . . . .	9
2.1.1	Licht . . . . .	9
2.1.2	Stochastische Größen . . . . .	10
2.1.3	Nichtstochastische Größen . . . . .	11
2.2	Das lichttechnische Fern- und Nahfeld . . . . .	12
2.3	Lichtsimation im Fern- und Nahfeld . . . . .	14
2.3.1	Simulation von direkter Beleuchtung . . . . .	15
2.3.2	Simulation von diffuser Beleuchtung - Radiosity . . . . .	15
2.3.3	Simulation von spekularer Reflexion - Ray-Tracing . . . . .	15
2.4	Dichteschätzung . . . . .	16
2.5	Histogrammdichteschätzer . . . . .	17
2.5.1	Histogramm für Beleuchtungsstärke . . . . .	18
2.5.2	Histogramm für Lichtstärke . . . . .	19
2.5.3	Histogramm für Leuchtdichte . . . . .	20
2.6	Kerndichteschätzer - KDE . . . . .	21
2.6.1	k-Nächste-Nachbarn-Methode . . . . .	22
2.6.2	KDE für Beleuchtungsstärke - Photon-Mapping . . . . .	23
2.7	Fehlerbetrachtung Dichteschätzer - Bias gegen Varianz . . . . .	24
2.8	Simulation der Nachterscheinung von Leuchten . . . . .	27
2.8.1	Rollen und Anwendungen . . . . .	27
2.8.2	Anforderungen an den Simulationsprozess . . . . .	28
2.9	Stand der Technik - Simulation der Nachterscheinung . . . . .	31
2.10	Simulation mittels Path-Tracing . . . . .	31
2.11	Zusammenfassung und Forschungsfrage . . . . .	33

<b>3</b>	<b>Erweiterung des Simulationsprozesses</b>	<b>34</b>
3.1	Anforderungen an neu zu entwickelnde Methode . . . . .	34
3.2	Prozess- und Methodenanalyse . . . . .	35
3.2.1	Bewertung des Verfahrens Photon-Tracing . . . . .	35
3.2.2	Einflussgröße Geometrie-Repräsentation . . . . .	37
3.2.3	Einflussgröße Reflexionseigenschaften . . . . .	40
3.2.4	Einflussgröße Photonen-Emitter . . . . .	41
3.2.5	Zusammenfassung - Prozess- und Methodenanalyse . . . . .	45
3.3	Eignungsprüfung von Verfahren der Computergrafik . . . . .	46
3.3.1	Raum-, Flächen- und Linien-Lichtfeld . . . . .	46
3.3.2	Zwei-Ebenen-Parametrisierung des Lichtfeldes . . . . .	51
3.3.3	Oberflächen-Lichtfeld-Verfahren . . . . .	53
3.3.4	Zusammenfassung - Methoden der Computergrafik . . . . .	54
3.4	Methode 1: Vollhistogramm für Lichtfeld-Rekonstruktion . . . . .	55
3.4.1	Grundprinzip - Vollhistogramm . . . . .	55
3.4.2	Unterteilung der Ortsdimensionen . . . . .	57
3.4.3	Adaptive Unterteilung der Ortsdimensionen . . . . .	59
3.4.4	Unterteilung der Richtungsdimensionen - lokale LVK . . . . .	60
3.4.5	Frequenz-Polygon und Voronoi-Bin für LVK . . . . .	64
3.4.6	Adaptives Voronoi-Bin für Richtungsdimension . . . . .	66
3.4.7	Speicherung und Zugriff auf das Vollhistogramm . . . . .	69
3.4.8	Komprimierung des Vollhistogramms . . . . .	71
3.4.9	Zusammenfassung - Bewertung Vollhistogramm . . . . .	75
3.4.10	Zusätzliche Anwendung: Lichtquellenmodell und Photonen-Emitter . . . . .	82
3.5	Methode 2: Kerndichteschätzung für Schnitt des Lichtfeldes . . . . .	83
3.5.1	Aus Methode 1 abgeleitete Anforderungen . . . . .	83
3.5.2	Grundprinzip - Kerndichteschätzung für Lichtfeld . . . . .	85
3.5.3	Rekonstruktion Lichtfeld-Schnitt . . . . .	86
3.5.4	Dichteschätzung im Ort-Richtungs-Raum . . . . .	87
3.5.5	Metrik für den Ort-Richtungs-Raum . . . . .	89
3.5.6	Definition des 6D-Kerns für die Dichteschätzung . . . . .	90
3.5.7	Verhältnis zwischen Ort und Richtung . . . . .	95
3.5.8	Generierung Leuchtdichteabbildungen . . . . .	98
3.5.9	Testumgebung für Dichteschätzer . . . . .	100
3.5.10	Zusammenfassung - Bewertung Kerndichteschätzer . . . . .	104
3.5.11	Zusätzliche Anwendung: Licht- bzw. Beleuchtungsstärke im Nahfeld . . . . .	114

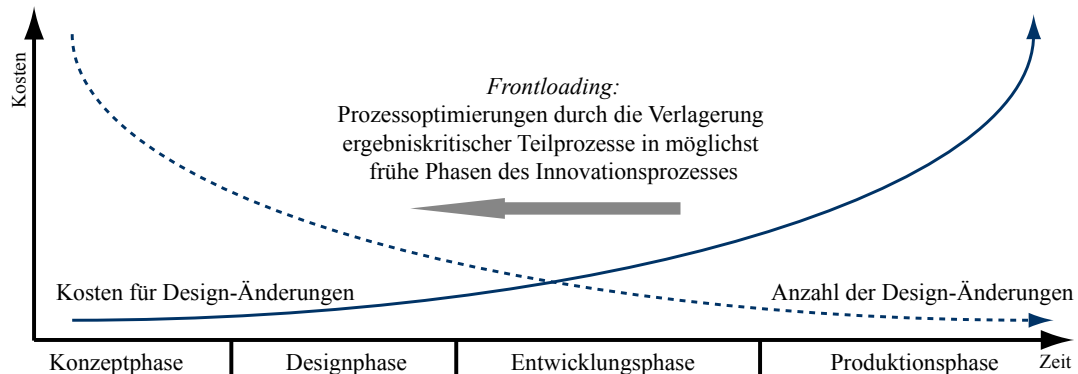
<b>4</b>	<b>Bewertung der Ergebnisse</b>	<b>118</b>
4.1	Abgleich mit Anforderungen an neue Methoden . . . . .	118
4.2	Anzahl notwendiger Photonen für die Simulation . . . . .	121
4.3	Genauigkeit der Leuchtdichteschätzung . . . . .	123
4.4	Vorgehensweise bei Methode 1 und 2 . . . . .	128
4.5	Weitere Beispiele . . . . .	131
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>134</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	134
5.2	Ausblick . . . . .	136
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>138</b>
A.1	Verwendete Hilfsmittel . . . . .	138
A.2	Kameramodell <i>Lochkamera</i> . . . . .	138
A.3	Monte-Carlo-Integration . . . . .	141
A.4	Algorithmus für sphärisches Histogramm auf Basis Platonischer Körper .	143
A.5	Fluch der Dimensionalität . . . . .	145
A.6	Herleitung der Normalisierung von $K(\mathbf{x}_{pq})$ . . . . .	146
A.7	Asymptotische Approximation von $MISE(\hat{f})$ . . . . .	148
A.8	Bilder zum adaptiven Voronoi-Histogramm (FP) . . . . .	150
A.9	Lichttransport als Faltung des Lichtfeldes . . . . .	151
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>152</b>
	<b>Literatur</b>	<b>152</b>
	<b>Thesen</b>	<b>159</b>

# 1 Hintergrund - virtuelle Entwicklung im Automobilbau

Angekommen im 21. Jahrhundert, verändert sich die Welt in raschem Tempo. Diese Veränderungen sind hauptsächlich von der wirtschaftlichen Dynamik einer globalen Ökonomie dominiert.

Die Volkswagen AG, als Europas größter Automobilbauer, stellt am Tag ca. 25.000 Fahrzeuge an 44 Produktionsstätten weltweit her und vertreibt diese in ca. 150 Ländern. Somit ist Volkswagen einerseits globaler Akteur und muss andererseits auf gesellschaftliche und ökonomische Veränderungen reagieren.

Eine der bemerkenswerten Maßnahmen von Volkswagen ist die Diversifikation des Produktportfolios in den letzten Jahren. Gründe hierfür sind der verstärkte Drang der Kunden zur Individualisierung in den traditionellen Märkten und lokalisierte Produkte für die neuen wachsenden Märkte der Schwellenländer (Emerging Markets). Konkret hat die Volkswagen AG mit allen 8 Marken eine Verdopplung der Produkteinführungen von 21 im Jahre 2005 auf 43 im Jahre 2007 umgesetzt.

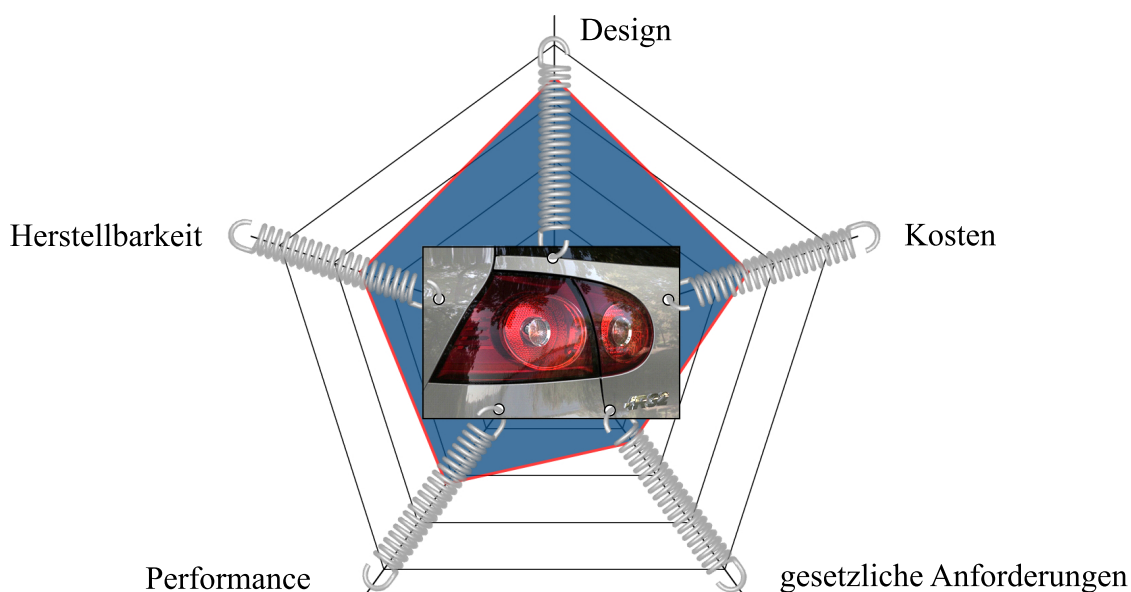


**Bild 1.1:** Entgegengesetzter Verlauf von Häufigkeit der Änderungswünsche während des Produktentstehungsprozesses und Änderungskosten

Für die technische Entwicklung bedeutet eine solche Veränderung einen erheblichen Mehraufwand. Um ein Produkt für jedes Land der Welt einsatzfähig zu gestalten, müssen einerseits kundenspezifische Anforderungen erfüllt und andererseits lokale Gesetze eingehalten werden. Dies ist oft nur durch unterschiedliche Ausstattungsvarianten möglich, was die Komplexität an Baugruppen bzw. Modulen im Konzern explodieren lässt.

Für den Bereich Exterieur-Beleuchtung der technischen Entwicklung von Volkswagen bedeutete dies in den letzten Jahren eine Verdopplung des Entwicklungsaufwandes, da

aus Gründen der Design-Differenzierung der Fahrzeugmodelle keine identischen Scheinwerfer und Heckleuchten für unterschiedliche Fahrzeugmodelle denkbar sind. Um diesen Mehraufwand leisten zu können, wurde vor einigen Jahren begonnen, die herkömmlichen Entwicklungsprozesse zu verändern. Im Fokus stehen hierbei die Begriffe *Frontloading* und *virtueller Prototyp*. Das Frontloading beschreibt den Ansatz, Prozessoptimierungen durch die Verlagerung ergebniskritischer Teilprozesse in möglichst frühe Phasen des Innovationsprozesses zu verschieben (siehe Bild 1.1). Um diese Verschiebung zu ermöglichen, wird anstelle von physischen Prototypen mit virtuellen Prototypen gearbeitet. Klassisch werden Prototypen für die Bewertung von Bauteilen, Baugruppen und Systemen verwendet. Ziel ist dabei die frühzeitige Fehleridentifikation und Optimierung.



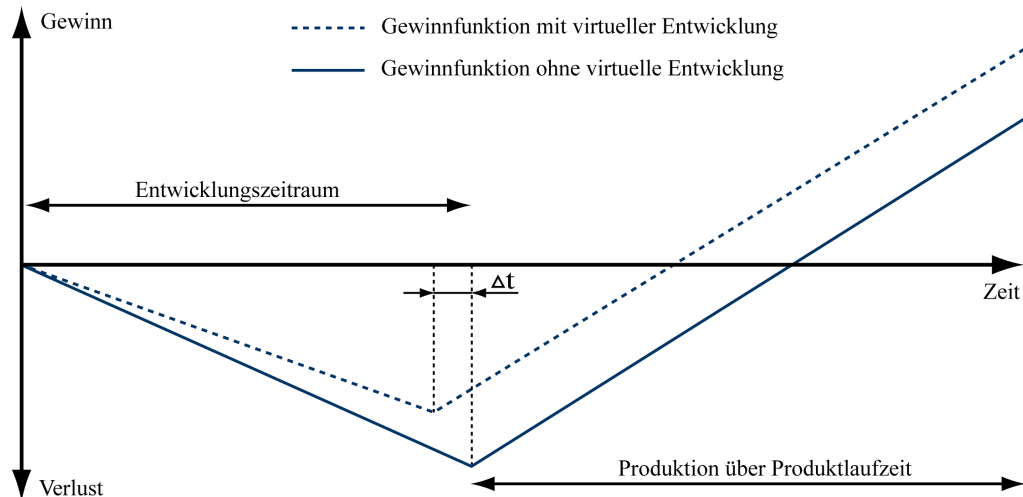
**Bild 1.2:** Leuchten und Scheinwerfer stehen als primäres Designelement des Fahrzeuges in einem großen Spannungsfeld

Es ist die Aufgabe von virtuellen Techniken im Entwicklungsprozess, konzeptionelle Fehler rein auf Basis eines computergestützten Datenmodells zu finden, Aussagen über Herstellbarkeit zu ermöglichen und als Kommunikationsobjekt für alle am Prozess beteiligten Rollen zu dienen. Die fünf wichtigsten Anforderungen der Rollen an die lichttechnischen Baugruppen sind in Bild 1.2 skizziert.

Allgemein dienen die virtuellen Techniken zur Absicherung von Konzepten hinsichtlich der an sie gestellten Anforderungen. Im speziellen Fall der Auslegung von Lichttechnischen Systemen sind drei Säulen zu nennen: Temperaturstabilität, Einhaltung gesetzlicher und VW-interner Normen für die Lichtausbeute und Simulation der Erscheinung.

Mit Hilfe von virtuellen Techniken in allen Bereichen der Entwicklung kann das operative Ergebnis durch zwei Effekte verbessert werden: Neben der Kostenersparnis während der

Entwicklung kann auch die Entwicklungsdauer verkürzt werden (siehe [Str06]). Wie dies mit der Gewinnfunktion zusammenhängt, ist in Bild 1.3 aufgezeigt.



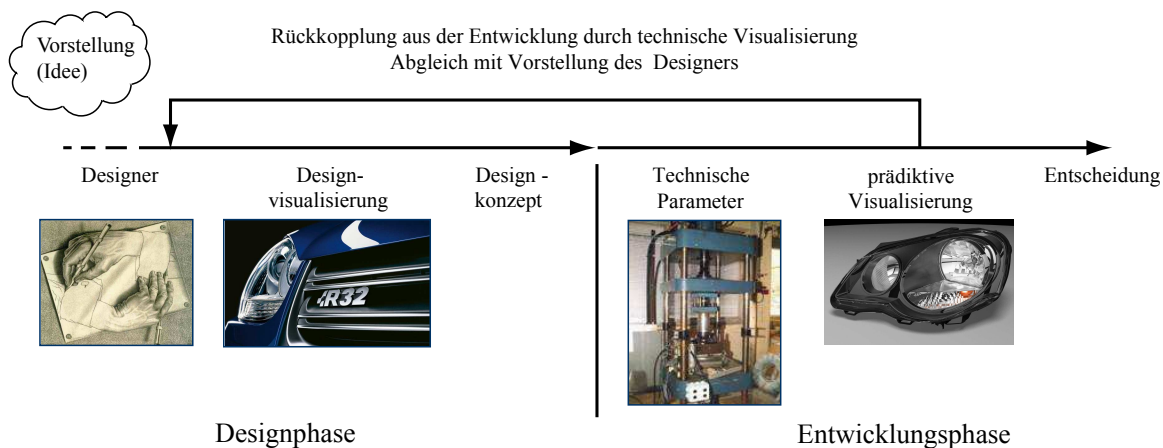
**Bild 1.3:** Prinzipieller Verlauf der Gewinnfunktion mit und ohne Verwendung virtueller Methoden in der Entwicklung;  $\Delta t$  ist die Zeitersparnis durch das Prinzip Frontloading

## 1.1 Ziel der Arbeit

In Bild 1.3 ist anhand des Deltas der Gewinnfunktionen mit und ohne virtuelle Methoden zu erkennen, welchen betriebswirtschaftlichen Erfolg virtuelle Techniken im Produktentstehungsprozess erbringen können. In der Leuchtenentwicklung werden alle möglichen Bereiche der Entwicklung in frühen Phasen mit Hilfe virtueller Techniken abgesichert.

Eine der wichtigsten kundenrelevanten Eigenschaften von Einrichtungen der Exterieur-Beleuchtung ist das Design. Andere Aspekte wie z. B. Herstellbarkeit und Kostenminimierung sind nur mittelbar für den Kunden sichtbar. Die Erscheinung von Leuchten und Scheinwerfern ist sowohl am Tage als auch in der Nacht für den Kunden direkt erlebbar. Daher wird von seitens der Design-Abteilung sehr viel Arbeit in die Optimierung dieser Erscheinung investiert. Auch hierfür ist eine virtuelle Technik der Absicherung nötig, damit die Vorstellung des Designers von der Leuchte nach der Überführung in ein realisierbares Bauteil noch dem Vergleich standhält. Diese Absicherungstechnik wird als prädiktive (vorhersagende) Visualisierung bezeichnet. Dazu siehe [Här08] und die Abbildung in Bild 1.4. Hier ist zu erkennen, dass klar zwischen Designvisualisierung und technischer prädiktiver Visualisierung zu unterscheiden ist. Die Designvisualisierung wird mit dem Ziel erstellt, Ideen und Konzepte zu kommunizieren. Die technisch motivierte prädiktive Visualisierung wird auf der Basis technischer Parameter durchgeführt und





**Bild 1.4:** Differenzierung Design-Visualisierung und technisch motivierte prädiktive Visualisierung im Produktentwicklungsprozess; siehe [Här08]

dient dem Abgleich mit dem Design-Konzept. Wie dies technisch und methodisch für die Erscheinung am Tage durchgeführt wird, ist in [Här04b] ausführlich beschrieben.

Für die virtuelle Absicherung der Erscheinung ist neben der Erscheinung am Tage auch die Nachtanmutung notwendig. Dafür wird die lichttechnische Größe der Leuchtdichte verwendet. Sie ist die Einheit, die, abgesehen von wahrnehmungsspezifischen nichtlinearen Mapping-Vorgängen, der Hellwahrnehmung des Menschen entspricht. Diese Beziehung kann näherungsweise als Faltung der Leuchtdichte mit dem Wahrnehmungssystem HVS (engl.:human visual system; kurz: HVS) angenommen werden:

$$\text{Nachterscheinung} = \text{Leuchtdichteverteilung} * \text{HVS} \quad (1.1)$$

Anhand einer solchen Darstellung der Nachterscheinung sollen zum einen Styling-Merkmale und die Designaussage vorhergesagt werden. Zum anderen ist die Erscheinung hinsichtlich Homogenität der Ausleuchtung, Abschattungen im Lichtbild, Übersprechen von einzelnen Funktionen und Lichtleiteffekten abzusichern.

## 1.2 Untersuchungsgegenstand und Eingrenzung

Ziel der Arbeit ist es, die simulative effiziente Erstellung von Leuchtdichteansichten als Basis für die Darstellung der Nachterscheinung umzusetzen. Hierbei sollen die bereits bestehenden Prozesse, Soft- und Hardware-Infrastruktur berücksichtigt und ausgenutzt werden. Auf die praktische Verwendbarkeit der Methoden und Algorithmen wird in besonderem Maße Wert gelegt.

Untersuchungsgegenstand der Arbeit sind folgende Punkte:

- *Analyse des Prozesses Lichtsimulation - Simulation des Lichtfeldes:*

Hierbei soll eingeordnet werden, ob sich die Simulation der Leuchtdichte-  
verteilung in den bereits bestehenden Prozess der Lichtsimulation einbetten lässt.  
Hierfür ist die lichttechnische und semantische Analyse der Simulation ein  
notwendiger Schritt.

- *Aufzeigen der Hauptmerkmale von Photon-Tracing als Simulationsmethode:*

Das Photon-Tracing ist bei Volkswagen in der technischen Entwicklung bereits  
im Prozess etabliert und soll als Basis für die Darstellung der Leuchtdichte-  
verteilungen dienen.

- *Effizienzsteigerung durch optimierte Verfahren im Entwicklungsprozess lichttech-  
nischer Baugruppen:*

Als weitere Prämisse steht die Performance der Verfahren und Algorithmen  
als Synonym für die Flexibilität in der Entwicklung. Dabei handelt es sich  
um Kriterien wie Anzahl und Dauer der Prozessschritte sowie implizit um  
Medienbrüche und Konvertierungsabläufe.

- *Grenzen der Leuchtdichteschätzung und Fehlerbetrachtung:*

Die Frage nach Genauigkeiten und Fehlerpotentialen steht bei virtuellen Tech-  
niken, die konventionelle Verfahren ablösen, immer im Raum. Daher ist ein  
Teilaspekt der Arbeit, sich mit dieser Fragestellung auseinanderzusetzen.

- *Methodik der Visualisierung:*

Für die praktische Verwendung von Simulations- und Visualisierungsverfah-  
ren hat sich im Zuge der Visualisierung der Tagerscheinung herausgestellt,  
dass die Methodik einen großen Einfluss auf die Nutzung hat. Die aus der Li-  
teratur bekannten Verfahrensweisen, wie die der prädiktiven Visualisierung,  
werden im Zuge dieser Arbeit ebenfalls beleuchtet.

### 1.2.1 Eingrenzung

Als Forschungsobjekte werden in dieser Arbeit Leuchten und lichttechnische Bauteile behandelt, die dem Zweck der Leuchtfunktion dienen. Leuchten zu Beleuchtungszwecken hingegen sind nur indirekt Bestandteil und stehen hier nicht im Fokus.

Auch ist die eigentliche Simulation, deren Parameterdefinition und Genauigkeit nur am Rande gestreift werden, mehr theoretisch als praktisch relevant. Unterschieden wird jedoch ganz konkret, was genau simuliert wird: Das komplette Lichtfeld oder lediglich ein Schnitt des Flächen-Lichtfeldes. Auch ist die Absicherung der Einhaltung von lichttechnischen Gesetzesvorgaben ausdrücklich nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Auf der semantisch anderen Seite dieser Arbeit grenzt das Tone-Mapping inhaltlich an: Unter Tone-Mapping versteht man die Konvertierung von Leuchtdichten in Werte, die von einem grafischen Ausgabegerät verarbeitet werden können. Ziel des Tone-Mappings ist die naturgetreue Darstellung von Bildern mit hohem Dynamikumfang auf einem Ausgabegerät mit geringerem Dynamikumfang, wie zum Beispiel einem TFT-Monitor. Tone-Mapping wird in einfacher Form in Kapitel 3 lediglich angewendet, dessen Algorithmus wird jedoch weder untersucht noch bewertet. Diese Abgrenzung ist in Bild 1.5 gekennzeichnet.

### 1.2.2 Verwendung Begrifflichkeit Ray-Tracing und Photon-Tracing

Ein Teilgebiet der wissenschaftlichen Disziplin Computergrafik beschäftigt sich mit der computergestützten Generierung von Bildern. Diese Bilder basieren auf der Szenenbeschreibung virtueller Objekte in einem künstlichen Raum. Um solche Abbildungen berechnen zu können, werden Verfahren angewendet, welche die Lichtausbreitung in den virtuellen Szenarien berechnen können. Die dafür verwendeten Algorithmen unterliegen lichttechnischen Gesetzmäßigkeiten. In der Lichttechnik selbst werden ähnliche Simulationsverfahren für die Vorhersage der Lichtausbreitung eingesetzt. Diese Arbeit zeichnet sich dadurch aus, beide Fachgebiete miteinander zu verknüpfen und Synergieeffekte zu erzielen. Dafür müssen die Begrifflichkeiten beider Seiten harmonisiert werden:

Neben den Begriffen Strahlung und Photon wird in dieser Arbeit der Begriff Strahl verwendet. Während mit dem Begriff Strahlung Energietransportphänomene beschrieben werden, dient der Begriff Strahl lediglich zur Veranschaulichung des geometrischen Verlaufs von Strahlung. In der klassischen Wellenoptik versteht man unter einem Lichtstrahl die Normale auf einer sich transversal ausbreitenden Wellenfront. Lichtstrahlen können somit in der geometrischen Optik zur Darstellung von Lichtausbreitung und von Strahlengängen bei Lichtbrechung und -reflexion verwandt werden, so auch in dieser Arbeit. In der Computergrafik wird jedoch zwischen mehreren Strahl-Arten zweckgebunden unterschieden. In Kapitel 2 wird deutlich, dass zur inhaltlichen Abgrenzung der Begriff

Ray-Tracing für die Verfolgung von Sicht-Strahlen aus der virtuellen Kamera verwendet wird. Der Begriff Photon-Tracing repräsentiert hingegen die Einheit des Lichtstroms und wird Symbol für ein reales Photon mit Partikel-Charakter. Photon-Tracing steht für die Verfolgung von Strahlen aus der Lichtquelle hin zur virtuellen Welt.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist fünf Kapitel unterteilt:

### 1. Kapitel:

An dieser Stelle wird der thematische Rahmen um den Inhalt der Arbeit gespannt. Der Einleitungsteil erläutert, wie sich das Thema im Kontext Automobilbau darstellt, wo und warum im Entwicklungsprozess der Bedarf für innovative Lösungen unabdingbar ist. Die Aufgabenstellung und die Gliederung werden ebenso skizziert, wie die thematische Abgrenzung dieser Arbeit von dem gesamten Themenkomplex.

### 2. Kapitel:

Im Umfang von Kapitel 2 werden alle notwendigen Grundlagen sowohl aus dem Themenfeld der Lichttechnik als auch aus dem Methoden-Spektrum der Dichteschätzung aufgezeigt. Darüberhinaus wird der aktuelle Stand der Technik im Forschungsrahmen erläutert und mit Hilfe einer Anforderungsanalyse die Forschungslücke konkretisiert.

### 3. Kapitel:

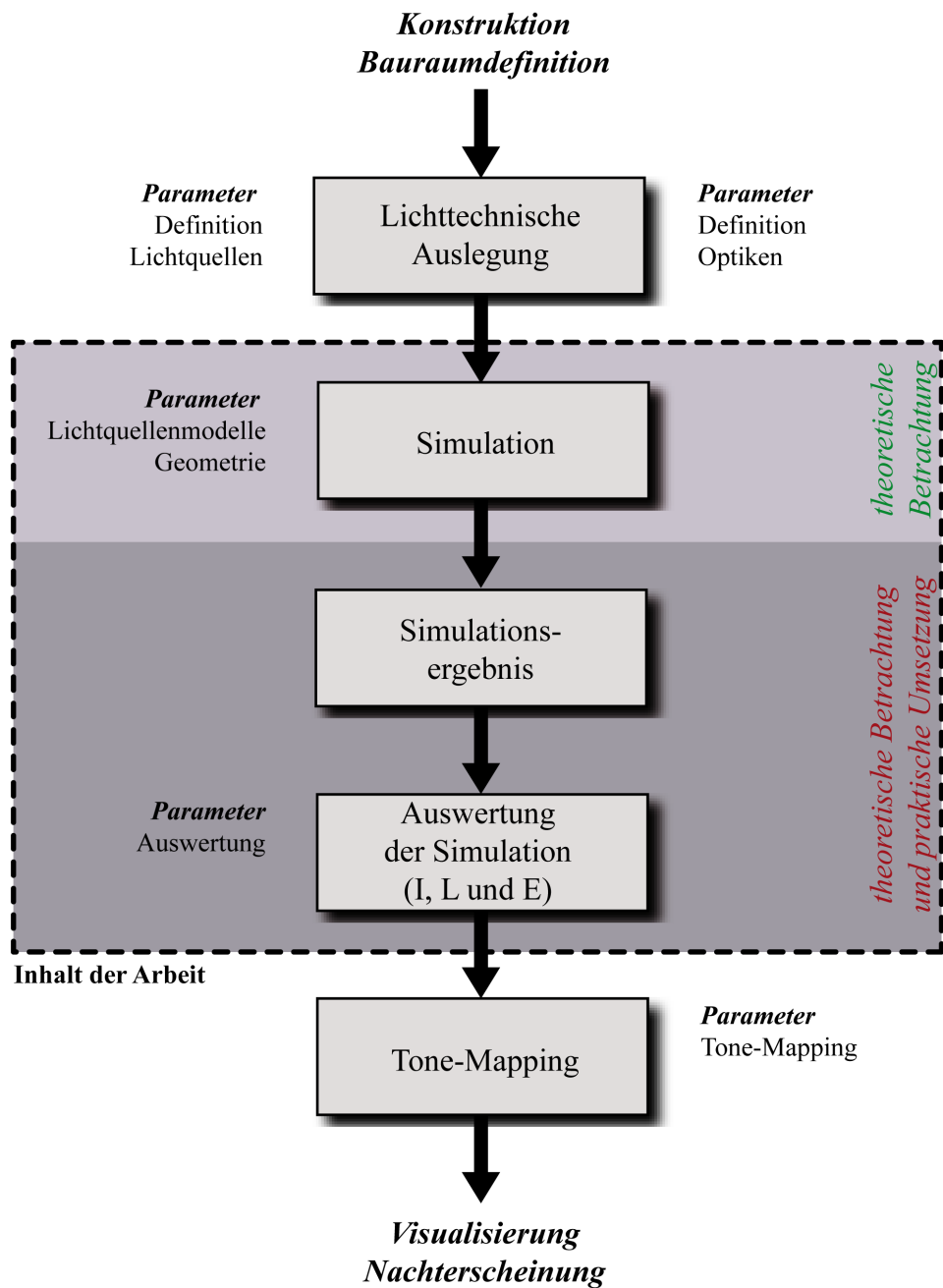
Kapitel 3 greift die abstrakten Anforderungen aus dem vorherigen Kapitel wieder auf und präzisiert sie zu greifbaren Funktionsanforderungen. Diese Anforderungen werden anschließend einer Prüfung auf Erfüllbarkeit mit Methoden der Computergrafik unterzogen. Da diese Prüfung keine erfolversprechenden Ergebnisse zeigt, werden zwei neue Methoden entwickelt und umgesetzt, die zusammen alle geforderten Funktionen erfüllen.

### 4. Kapitel:

In Kapitel 4 werden die zwei neu entwickelten Methoden hinsichtlich ihrer Eigenschaften bewertet, die Forschungslücke zu schliessen. Darüber hinaus werden aus den Methoden Genauigkeitsbetrachtungen abgeleitet. Eine für die Verwendung nützliche Methodik wird ebenfalls aufgezeigt und empfohlen.

### 5. Kapitel:

Kapitel 5 beschließt die Arbeit mit einem Fazit und einem Ausblick auf weitere mögliche Anpassungen und Anwendungen.



**Bild 1.5:** Abgrenzung der Bestandteile dieser Arbeit; theoretisch bearbeitete Aspekte sind mit grün und sowohl theoretische Betrachtung als auch praktische Umsetzung sind mit rot eingerahmt; der Aspekt Tone-Mapping ist explizit aus der Arbeit ausgeschlossen worden

## 2 Grundlagen - Stand der Technik

In diesem Kapitel werden die inhaltlichen Grundlagen für die folgenden Kapitel systematisiert und erläutert. Kapitel 2 teilt sich dabei in einen allgemeinen Grundlagenteil für die Lichttechnik und einen zweiten Teil für die Dichteschätzung auf. Beide Aspekte werden anschließend in Kapitel 3 zusammengeführt.

Kapitel 2 schließt mit einer ersten Anforderungsdefinition und der Erläuterung der Forschungslücke bezüglich der aufgezeigten und bereits in der Literatur beschriebenen Verfahren.

### 2.1 Licht und der Charakter von Lichtkenngößen

#### 2.1.1 Licht

Das Phänomen Strahlung im Allgemeinen und Licht im Speziellen hat die Menschheit von jeher fasziniert. Im Laufe der Zeit wurde eine Vielzahl von Theorien aufgestellt, die versuchten, eine einheitliche Beschreibung dessen zu geben, was unter dem Begriff *Licht* zu verstehen ist.

Es war lange Zeit davon ausgegangen worden, dass Licht etwas sei, was vom Auge abgesandt wird. Mit Beginn der wissenschaftlichen und philosophischen Entwicklung wurde dieses Verständnis jedoch negiert. Isaac Newton (1642-1727) beschrieb Licht als ein Teilchen, das sich geradlinig ausbreitet. Christiaan Huygens (1629-1695) jedoch beschrieb Licht als Welle, welche durch das Schwingen von leuchtenden Materialien hervorgerufen wird und sich in einem Medium (Äther) ausbreitet. J.C. Maxwell (1831-1879) griff das Wellenbild im 19. Jahrhundert wieder auf und beschrieb Licht als Strahlung in Form einer elektromagnetischen Welle. Diese elektromagnetische Welle ist jedoch nicht an ein Medium gebunden.

Max Planck (1858-1947) formulierte 1900 das Planck'sche Strahlungsgesetz. Dieses Gesetz gibt die von einem Schwarzen Körper bei einer bestimmten Temperatur abgestrahlte Photonendichtevertellung bzw. die Intensitätsverteilung der elektromagnetischen Energie, in Abhängigkeit von der Frequenz, an. Der Begriff *Photon* (griech.: *phos*, Licht) wurde jedoch erst 1926 eingeführt und bildet für diese Arbeit einen elementaren Baustein.

Basierend auf der Arbeit von Albert Einstein zum Photoelektrischen Effekt, wurde ab 1925, beginnend mit den Arbeiten von M. Born, W. Heisenberg und P. Jordan, die

formale Quantentheorie des Lichts und später die Quantenelektrodynamik formuliert. Hervorzuheben ist hierbei der Welle-Teilchen-Dualismus. Er besagt, dass je nach Versuchsbedingungen entweder der Teilchencharakter oder die Welleneigenschaften auftreten. Typische Teilcheneigenschaften sind Impuls und Masse. Typische Welleneigenschaften sind Frequenz, Wellenlänge und Interferenz- oder Beugungsphänomene.

Für diese Arbeit ist es wichtig festzuhalten, dass Licht in Form von Lichtquanten beschreibbar ist, wobei jedes Lichtquant entsprechend der Quantentheorie einen diskreten Energiebetrag hat. Energie kann somit über Strahlung nur in diskreten Dosen übertragen werden. Der Energiebetrag  $q$  eines Quants bzw. Photons ist nur abhängig von der Frequenz und wird beschrieben durch  $q = h \cdot f$ . Hier ist  $q$  die Energie des Lichtquants,  $f$  die Frequenz des Quants und die Konstante  $h$  ist das Planck'sche Wirkungsquantum mit  $h = 6.6 \cdot 10^{-34} [Ws^2]$ .

Verlassen Lichtquanten bzw. Photonen eine Strahlungsquelle, so bilden die Strahlenbündel ein Strahlungsfeld. In der Lichttechnik handelt es sich fast ausschließlich um divergierende Strahlenbündel. Daher muss zur vollständigen Beschreibung eines Strahlungsfeldes die räumliche, zeitliche und energetische Verteilung der Strahlungsquanten sowie deren Ausbreitungsrichtung definiert sein. Die energetische Verteilung im Strahlungsfeld wird als Energiespektrum bezeichnet. Elektromagnetische Strahlung mit einer Wellenlänge von  $380 \text{ nm}$  bis  $780 \text{ nm}$  führt im menschlichen Auge zu einer Hellempfindung bzw. zu einem Farbreiz und wird daher als Licht bezeichnet.

### 2.1.2 Stochastische Größen

Folgende Betrachtung ist für das Verständnis der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen Simulation der Lichtausbreitung von Belang und stellt die Grundlagen für die in Kapitel 2.4 behandelte Dichteschätzung dar. Für die räumliche Beschreibung von licht- und strahlungstechnischen Zusammenhängen kann nach [Gal07] neben energetischen (strahlungsphysikalischen) und lichttechnischen Größen auch mit photonentechnischen Größen gearbeitet werden. Diese photonentechnischen Größen werden hier zur Beschreibung des stochastischen Charakters von Strahlungs- bzw. Lichtfeldern verwendet. Allgemein beziehen sich die photonentechnischen Größen (Index  $p$ ) auf die Anzahl von Photonen bezüglich spezifischer Domänen, wie Ort, Zeit, Fläche und/oder Raumwinkel. Als Basis wird hierfür der Photonenstrom  $\dot{\phi}_p [s^{-1}]$  verwendet. Im physikalischen Sinne kann ermittelt werden, dass sich zu einer definierten Zeit ein Photon an einem bestimmten Ort mit einem bestimmten Impuls  $p$  befindet:

$$p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (2.1)$$

mit  $h$  als Planck'schem Wirkungsquantum,  $f$  als Frequenz,  $\lambda$  als Wellenlänge und  $c$  als Lichtgeschwindigkeit mit  $c = 2.998 \cdot 10^{17} [nm \cdot s^{-1}]$ . Die Strahlungsfelder bestehen aus

diskreten Energiebeträgen, den Photonen. Beim Auftreffen auf Materie kommt es zu zufällig auftretenden Wechselwirkungen dieser Photonen mit Absorbern und Reflektoren. Es ist daher kein, wie in der klassischen Physik angenommen, kontinuierlicher Energieübertrag möglich. Der stochastische Charakter wird klar, wenn beispielsweise bei sehr schwachen Strahlungs- bzw. Photonenfeldern gemessen werden muss. Noch klarer scheint dies bei einem Messvorgang mit einem Geiger-Müller-Zählrohr, mit dem sehr geringe Dosen von z. B. Gamma- und Röntgenstrahlung gemessen werden, in dem tatsächlich ein Teilcheneinzählen stattfindet. Eine einzelne Messung ist dabei immer mit einem von der Zählrate abhängigen Messfehler belegt. Aus der Statistik ist nun ableitbar, dass dieser Fehler einerseits durch die Erhöhung der Einzählrate oder der Vergrößerung des Wechselwirkungsbereiches (Einzählvolumen) minimiert werden kann (siehe Kapitel 2.7).

Es ist daher von großer Bedeutung, wie groß der Wechselwirkungsbereich und die Einzählrate zur Beschreibung von Strahlungs- bzw. Lichtfeldern sind. In der Lichttechnik werden jedoch in der Regel bei der Messung von lichttechnischen Größen im Vergleich zur Photonendichte sehr große Wechselwirkungsbereiche verwendet. Hierfür ist ein Luxmeter mit einem Einzählbereich von z. B.  $5 \text{ cm}^2$  ein gutes Beispiel. Darüber hinaus ist die Einzählrate in der Lichttechnik entsprechend hoch. So fallen z. B. auf ein Luxmeter mit einem Sensordurchmesser von  $1.5 \text{ cm}$  bei einem lambertsch abstrahlenden Temperaturstrahler mit  $300 \text{ W}$  elektrischer Leistung und einem spektralem Fluss von  $\phi_{e\lambda} = 78.8 \text{ mW} \cdot \text{nm}^{-1}$  im Abstand von  $100 \text{ m}$  im Durchschnitt etwa eine Anzahl von  $\phi_p = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ photonen} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Bei solchen Einzählraten kann man mit nichtstochastischen, also statistisch nicht schwankenden Größen arbeiten. Die zugrundeliegende Dichteschätzung wird in Kapitel 2.4 näher erläutert.

### 2.1.3 Nichtstochastische Größen

Die nichtstochastischen Größen können für infinitesimale Wirkungsbereiche, im Speziellen für einzelne Punkte mit der Größe 0, definiert werden. Sie werden mathematisch als stetige, nach Zeit, Ort und/oder Raumwinkel differenzierbare Funktionen betrachtet - man spricht von differentiellen Größen. Exemplarisch sei hier die energetische Größe (Index  $e$ ) Strahldichte  $L_e$  aufgezeigt:

$$L_e = \frac{d^2\phi_e}{dA_{p1} \cdot d\Omega_1} \quad [W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}] \quad (2.2)$$

mit  $\phi_e$  als Strahlungsfluss,  $A_{p1}$  als projizierte, Strahlung aussendende Fläche und  $\Omega_1$  als Raumwinkelement, in jenes gestrahlt wird.



## 2.2 Das lichttechnische Fern- und Nahfeld

Um den Lichtaustausch zwischen leuchtenden und beleuchteten Objekten vereinfacht beschreiben, berechnen oder ablesen zu können, wird in der Lichttechnik das Konzept des *Fernfeldes* zu Hilfe genommen. Ohne diese Vereinfachung spricht man von dem allgemeingültigen *Nahfeld*.

An dieser Stelle wird kurz auf die wesentlichen Punkte dieser Terminologie eingegangen, um im Weiteren mit dieser Begrifflichkeit zu arbeiten.

### Fernfeld: Definition

Grundlage für das Konzept *Fernfeld* sind das *Photometrische Entfernungsgesetz* und die für dessen Wirkungsbereich notwendige *Photometrische Grenzentfernung*. Die Photometrische Grenzentfernung ist der Abstand, den ein von einer Lichtquelle beleuchteter Punkt entfernt sein muss, um bei der Berechnung der Beleuchtungsstärke  $E$  mittels des photometrischen Entfernungsgesetzes einen vorgegebenen Fehler nicht zu überschreiten. Das Photometrische Entfernungsgesetz lautet:

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \epsilon_2 \cdot \Omega_0 \quad [lx = lm \cdot m^{-2}] \quad (2.3)$$

Dabei ist  $I$  die Lichtstärke der Lichtquelle  $L_x$  in Richtung  $\vec{L_x P_x}$  zum beleuchteten Punkt  $P_x$ ,  $r = |\vec{L_x P_x}|$  der Abstand und  $\epsilon_2$  der Winkel zwischen  $\vec{L_x P_x}$  und dem Lot auf der beleuchteten Fläche in  $P_x$ . Das Photometrische Entfernungsgesetz gilt jedoch nur für Lichtquellen ohne geometrische Ausdehnung (Punktlichtquelle). Da reale Lichtquellen keine Punktlichtquellen sind, ist die Anwendung des Photometrischen Entfernungsgesetzes immer fehlerbehaftet. Fehlerbestimmend sind beispielsweise die Form der Lichtquelle, die Leuchtdichteverteilung und die Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle. Bei Lichtquellen mit optischen Elementen zur refraktiven und reflektiven Lichtlenkung muss besonders die Geometrische Grenzentfernung berücksichtigt werden. Etwaige Faustformeln zur Abschätzung der Photometrischen Grenzentfernung sind auf Grund dieser Fehlerquellen nur in Einzelfällen sinnvoll. Empfohlen wird [Sto04] und [Hen02] als weiterführende Literatur.

### Fernfeld: Anwendungen

Bis zu Beginn der letzten Dekade des 20. Jahrhunderts gab es keine andere Möglichkeit zur räumlichen Charakterisierung von Lichtquellen und kompletten Leuchten als über deren *Lichtstärkeverteilungskurve* bzw. *-körper* (LVK). Diese Kurve beschreibt im Fernfeld, abhängig vom Breiten- und/oder Meridianwinkel (bzw. Polar- und/oder Azimutwinkel),

die Lichtstärke. Diese wird immer über einen endlich großen Beleuchtungsstärkesensor gemessen. Die Lichtquelle/Leuchte wird hier für Messverfahren und Darstellungsformen als Punktlichtquelle betrachtet (siehe [Hen02]). Goniometrische Messverfahren benötigen für die Vermessung im Fernfeld sehr viel Raum. In der Exterieurbeleuchtung im Kraftfahrzeugbereich wurden jeweils Abstände von 25 m und 3.16 m für die Vermessung von Scheinwerfern und Heckleuchten standardisiert.

Vorteilhaft an der Vereinfachung durch das Konzept des Fernfeldes ist die sehr winkelgenaue Messung, abgesehen von der systematischen Messunsicherheit durch den endlichen Messabstand. Im Falle der Lichtstärkeverteilungskurve und des -körpers handelt es sich um ein- und zweidimensionale Verteilungen, die sich in Simulationen und Berechnungen leicht verwenden lassen (siehe Kapitel 3.2.1).

### Nahfeld: Definition

Betrachtet man leuchtende Objekte jedoch als geometrisch ausgedehnt, kann die Abstraktion des Fernfeldes nicht angewendet werden. Vielmehr wird die Oberfläche von leuchtenden Objekten abhängig vom Oberflächenpunkt  $p$  und der Abstrahlrichtung  $\vec{r}$  lichttechnisch beschrieben. Es ist möglich das Nahfeld durch differentielle Flächenlichtstärken zu beschreiben, nach [Lau84] und [Nga87]:

$$dI_{dA}(p, \vec{r}) = L(p, \vec{r}) \cdot dA_p \quad (2.4)$$

Hierbei ist  $dA_p$  das differentielle Flächenelement, dessen Lichtstärkeverteilung im Fernfeld beschrieben wird. Dies ist möglich, da die Größe des Flächenelementes differentiell klein gegenüber jedem Messabstand ist und bei dieser Größe von einer homogenen Leuchtdichte verteiltung ausgegangen werden kann.  $dA_p$  steht für den projizierten, differentiellen Flächeninhalt in Richtung  $\vec{r}$ . Der Richtungsvektor  $\vec{r}$  und der Ort auf der Lichtquelle  $p$  sind jeweils zweidimensionale Entitäten. Dies macht die Beschreibung der Nahfeldeigenschaften von Lichtquellen unabhängig von der lichttechnischen Größe (differentielle Flächenlichtstärke oder Leuchtdichte) zu einer vierdimensionalen Quantifizierung. Weiterführende Betrachtungen dazu sind in Kapitel 3.3.1 zu finden. Aus der Nahfeldbeschreibung lässt sich immer die Fernfeldverteilung durch Integration über die Fläche realisieren:

$$I(\vec{r}) = \int_A dI_{dA}(p, \vec{r}) \quad (2.5)$$

Aus der Nahfeldcharakterisierung von leuchtenden Objekten kann die Beleuchtungsstärke von beleuchteten Objekten berechnet werden:

$$E = \int \frac{L(p, \vec{r}) \cdot \cos \gamma \cdot dA_p}{d^2} = \int \frac{\cos \gamma \cdot dI_{dA}(p, \vec{r})}{d^2} \quad (2.6)$$

Diese Berechnung ist aufwendiger als Gleichung (2.3) und wird in der Praxis in der Regel durch eine Summation diskreter Werte umgesetzt. Diese Werte stammen dann in vielen Fällen aus diskreten Nahfeldmessungen.

### **Nahfeld: Anwendungen**

Dominiert werden die Anwendungen von der lichttechnischen Vermessung leuchtender Objekte im Nahfeld. Es sind praktische Aspekte für die Entwicklung des Prinzips der Nahfeldmessung verantwortlich, da bei der Messung von einem großen leuchtenden Objekt im Fernfeld ein sehr großes Messgerät bzw. sehr viel Platz nötig ist. Dieser Platz kann drastisch reduziert werden, wenn innerhalb der Photometrischen Grenzentfernung gemessen wird.

Ausgehend von Ansätzen, über vielfältige Beleuchtungsstärkemessungen das Nahfeld zu messen [Nga87], hat sich dafür innerhalb der letzten Dekade des 20. Jahrhunderts die orts aufgelöste Leuchtdichtemesstechnik entwickelt und durchgesetzt. Hierbei werden goniometrisch eine Vielzahl von Leuchtdichteabbildungen von dem leuchtenden Objekt aufgenommen. Die einzelnen Pixel eines jeden Leuchtdichtebildes entsprechen der Abbildung eines durch die Abbildungsgleichung bestimmbaren Flächenelementes von dem leuchtenden Objekt aus einer bestimmten Richtung.

Hierfür sind die Veröffentlichungen von Ian Ashdown [Ash93],[Ash95] exemplarisch für eine Vielzahl von Arbeiten aus dem angloamerikanischen Raum. In Deutschland/Europa haben Riemann und Schmidt [Rie84], [Rie91] das Prinzip der Nahfeldgoniophotometrie eingeführt und praktisch nutzbar gemacht. Als weiterführende Literatur wird [Nol04] und [Krü04] empfohlen. Aus dem Bereich der Computergrafik sind neben aktuellen Arbeiten [Gra06], [Sie96] parallel die Arbeiten von Levoy [Lev96] und Gortler [Gor96] zur Lichtfeldmessung entstanden. Hierzu mehr in Kapitel 3.3.1.

Die Nahfeldmessdaten können in unterschiedlicher Weise für die Bildsynthese in der Computergrafik genutzt werden, siehe dazu [Woo00] und [Ihm97].

## **2.3 Lichtsimulation im Fern- und Nahfeld**

Der Begriff Lichtsimulation beschreibt im Allgemeinen die computergestützte Berechnung von Lichtausbreitung, um lichttechnische Größen zu bestimmen. Diese Berechnung basiert auf der virtuellen Beschreibung einer Szenerie mit allen für die Interaktion von Licht und Materie wichtigen Merkmalen.

Seit den siebziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts hat sich die Disziplin der Computergrafik entwickelt. Diesem Forschungsfeld sind zahllose Berechnungsverfahren entsprungen, die nicht nur zum ursprünglichen Zweck der Bildsynthese genutzt werden können, sondern in der Lage sind, neben der Leuchtdichte auch andere lichttechnische

Größen zu berechnen.

Nachfolgende Absätze geben einen Einblick in grundlegende Verfahren der Computergrafik zur Berechnung der Lichtausbreitung in virtuellen Szenarien. Als weiterführende Literatur wird [Fol95] empfohlen.

### 2.3.1 Simulation von direkter Beleuchtung

Eines der ersten sehr vereinfachten Verfahren ist das Phong-Shading-Modell, das sich durch einfache lokale und direkte Beleuchtung auszeichnet. Mit diesem Modell wird die Erscheinung von einfachen beleuchteten Objekten unter Zuhilfenahme des Photometrischen Entfernungsgesetzes (siehe Gleichung (2.3)) berechnet. Hierbei wird die Vereinfachung vorgenommen, dass nur die direkt von der Lichtquelle stammende Beleuchtung berücksichtigt wird. Die Abschattung durch andere Objekte wird nicht betrachtet. Es kommen Punktlichtquellen bzw. ortsunabhängige Richtungslichtquellen zum Einsatz.

### 2.3.2 Simulation von diffuser Beleuchtung - Radiosity

Finite Elemente Methoden (FEM) für die Berechnung von diffusem Lichttransport wurden ursprünglich von Verfahren zur Berechnung des strahlungsbasierten Wärmetransfers abgeleitet. Goral et al. [Gor84] haben diese Methoden für die Lichtberechnung in die Computergrafik eingeführt. Diese sind generell unter dem Begriff Radiosity bekannt und basieren auf dem Energieerhaltungssatz.

Der Basisalgorithmus behandelt diffuse Interreflexion zwischen in Teilflächen diskretisierten Objekten mit Lambert'schen Reflexionseigenschaften. Dieser Algorithmus bestimmt den Strahlungsaustausch zwischen den Teilflächen mit Hilfe von Formfaktoren (siehe [Sil94]). In einem iterativen Verfahren wird dann unter Berücksichtigung dieser Formfaktoren die Energie von den Lichtquellen auf alle Teilflächen und von diesen wiederum auf alle übrigen Teilflächen verteilt. Die Lösung dieser Iteration konvergiert gegen die exakte Lösung, ein Abbruchkriterium für die Iteration ist nötig.

Das Radiosity-Verfahren bezieht in der ursprünglichen Umsetzung nur Lambert'sche Eigenschaften ein, spekulare Reflexionen können nicht berechnet werden.

### 2.3.3 Simulation von spekularer Reflexion - Ray-Tracing

Lichttransport durch spekulare Reflexionen ist im Allgemeinen mit Verfahren der Strahlverfolgung (ab hier Ray-Tracing genannt) berechenbar. Ray-Tracing impliziert, dass bei Verwendung des Prinzips der geometrischen Optik einerseits der Teilchencharakter des Lichts und andererseits die Leuchtdichtekonstanz bei optischen Abbildungen modellhaft verwendet wird. Der Teilchencharakter des Lichts wird bei der Beleuchtungssimulation

angewandt und die Leuchtdichtekonstanz findet bei dem sequentiellen Ray-Tracing und der Bildsynthese Verwendung. Allen Ray-Tracing-Verfahren ist gemein, dass der Wellencharakter der elektromagnetischen Strahlung vernachlässigt wird. Diese Vereinfachung setzt voraus, dass die in der Berechnung vorhandenen Strukturen klein sind, im Vergleich zu den Wellenlängen der simulierten Strahlung. Ebenfalls werden Effekte wie Polarisierung, Beugung und Interferenz nicht betrachtet [Dev02]. Ray-Tracing ist, vereinfacht gesagt, eine Verdeckungsrechnung unter Berücksichtigung des Snell-Gesetzes für die Lichtbrechung an transparenten Objekten und unter Einhaltung des Reflexionsgesetzes für opake Objekte.

Das Ray-Tracing-Verfahren hat über die Jahre jedoch eine Vielzahl von Erweiterungen erfahren, die es befähigen, mittels Monte-Carlo-Integration komplexe Integrale zu schätzen und somit eine Lösungsmöglichkeit für die *Rendering-Gleichung* von Kajiya [Kaj86] zu bilden (siehe Kapitel 2.10). Dies bedeutet, dass auch der diffuse Strahlungsaustausch mit Ray-Tracing näherungsweise geschätzt werden kann. Weiterführende Grundlagenliteratur dafür bilden die Arbeiten über stochastisches Ray-Tracing [Coo84], Path-Tracing [Kaj86] und Beam-Tracing [Hec84].

Bei der Verwendung des Ray-Tracing-Verfahrens für die Lichtsimulation ist es notwendig, zwischen Photon- bzw. Particle-Tracing und Eye-Tracing zu unterscheiden, siehe Kapitel 2.10.

## 2.4 Dichteschätzung

In Kapitel 2.1.2 wurde dargestellt, dass Licht auch als photonische bzw. stochastische Größe beschrieben werden kann. Elementar für die Stochastik ist die Dichteschätzung. Diese Methode der Statistik, als Teilgebiet der Stochastik, widmet sich der Schätzung der Wahrscheinlichkeitsdichte von Daten, um deren unbekannte Verteilung und Charakteristik erfassen zu können. Geeignete Dichteschätzung kann als Grundlage für Analysen dienen. In den letzten Jahrzehnten wurde eine Vielzahl von Schätzverfahren entwickelt. Prinzipiell können parametrische und nichtparametrische Dichteschätzverfahren unterschieden werden.

In dieser Arbeit werden nur nichtparametrische Schätzverfahren behandelt, da bei den parameterfreien, im Vergleich zu den parameterbehafteten Verfahren, keine Annahmen bezüglich der Verteilungsart, wie z. B. Gaußverteilung, gemacht werden können.

Als weiterführende Grundlagenliteratur zu den in dieser Arbeit relevanten Themen der Dichteschätzung wird [Sil86], [Sim96], [Sco04] und [Här04a] empfohlen.

Dichteschätzung ist ein Verfahren, um eine unbekannte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (englisch: probability density function; kurz: pdf) anhand von Stichproben dieser Funktion zu schätzen. Eine Stichprobe der Länge  $n$  ist ein Vektor von  $n$  Realisierungen einer Zufallsvariablen  $X$ . Eine Realisierung von  $X$  wird als Beobachtung oder als Datenpunkt bezeichnet. Wenn  $X$  ein Zufallsexperiment beschreibt, ist die Stichprobe eine Liste von Versuchsergebnissen des Zufallsexperimentes.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f$  (kurz: *Dichtefunktion*) einer stetigen Zufallsvariablen  $X$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der  $X$  Werte in bestimmten Bereichen annimmt.  $P$  ist der Bezeichner für die Wahrscheinlichkeit, dass  $X$  einen Wert zwischen  $a$  und  $b$  annimmt.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad \text{für alle } a, b \in \mathbb{R}, a < b \quad (2.7a)$$

$$\text{mit: } f(x) > 0 \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (2.7b)$$

## 2.5 Histogrammdichteschätzer

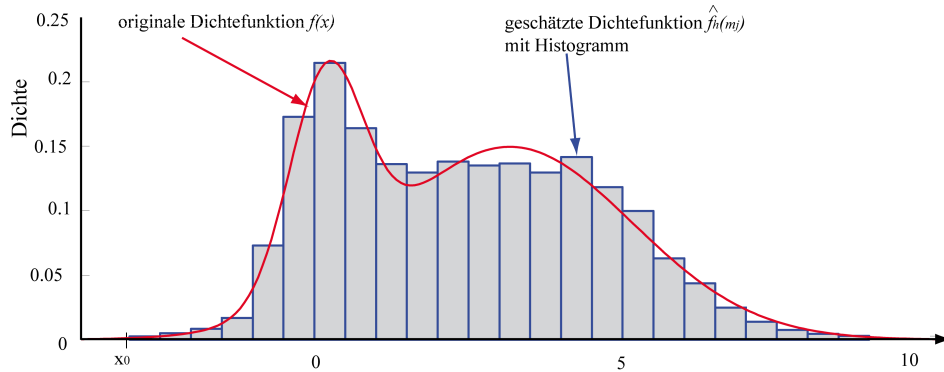
Der einfachste und meist verwendete Dichteschätzer ist der Histogrammdichteschätzer. Hier sei  $\{x_1, \dots, x_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  eine Stichprobe von  $X$ . Der Definitionsbereich von  $f$  wird in (zumeist) äquidistante Bereiche (Bins) der Breite  $h$  unterteilt. An jedem Mittelpunkt  $m$  der Bins wird aus der Stichprobe von  $X$  die Dichte  $\hat{f}_h(x)$  geschätzt und als konstant für den jeweiligen Bin  $B_j$  angenommen. Die Dichte wird geschätzt, indem die Realisierungen  $\{x_1, \dots, x_n\}$  von  $X$  in die Bins  $B_j = [x_0 + m \cdot h, x_0 + (m+1) \cdot h)$  eingezählt werden. Die geschätzte Dichte von  $B_j$  für alle  $x \in B_j$  und somit die Höhe der Balken des Histogramms ergibt sich aus:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\text{Anzahl der Realisierungen im gleichen Bin wie } x}{\text{Breite } h \text{ des Bins}} \quad (2.8)$$

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n \cdot h} \sum_{i=1}^n \sum_j I(X_i \in B_j) \cdot I(x \in B_j) \quad (2.9a)$$

$$\text{mit: } I(X \in B_j) = \begin{cases} 1, & \text{falls } X_i \in B_j \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.9b)$$

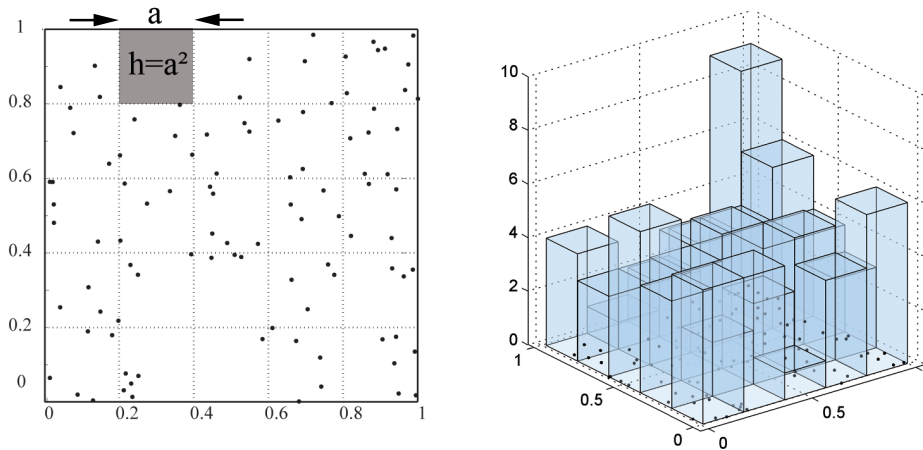
Hier ist  $x_0$  als Startpunkt des ersten Bins. Das Histogramm weist für jedes  $x$  in  $B_j$  an der Mitte des Bins  $m_j$  den gleichen Wert  $\hat{f}_h(m_j)$  für  $f(x)$  zu (siehe Bild 2.1). Das Histogramm hängt stark vom Parameter  $x_0$  und von der Bandbreite  $h$  ab. Dazu siehe Kapitel 2.7. In [SS04] ist die Abhängigkeit des Histogramms von  $h$  und  $x_0$  abgebildet und erläutert.



**Bild 2.1:** geschätzte Dichte  $\hat{f}_h(m_j)$  von 4000 aus der originalen Dichtefunktion  $f(x)$  generierten Stichproben

### 2.5.1 Histogramm für Beleuchtungsstärke

In der Lichttechnik wird das Histogramm für die Schätzung der Beleuchtungsstärke verwendet. Es werden einzelne Photonen simuliert, die jeweils einen Teillichtstrom der Lichtquelle repräsentieren. Mittels Photon-Tracing (siehe Kap. 3.2.1) wird die Bahn der Photonen bis zur Auswerteebene weiterverfolgt. Jedes Photon besitzt auf der Oberfläche einen Auftreffpunkt und stellt nach Kapitel 2.4 eine Realisierung oder Beobachtung dar. Das für die Beleuchtungsstärke verwendete Histogramm ist zweidimensional (bivariat) und hat somit einen zweidimensionalen Definitionsbereich. Jede Oberfläche lässt sich durch zwei Parameter beschreiben. Für die Beleuchtungsstärke wird die Oberfläche in



**Bild 2.2:** links: bivariates Histogramm mit Datenpunkten; rechts: Darstellung der geschätzten Dichte (Beleuchtungsstärke)

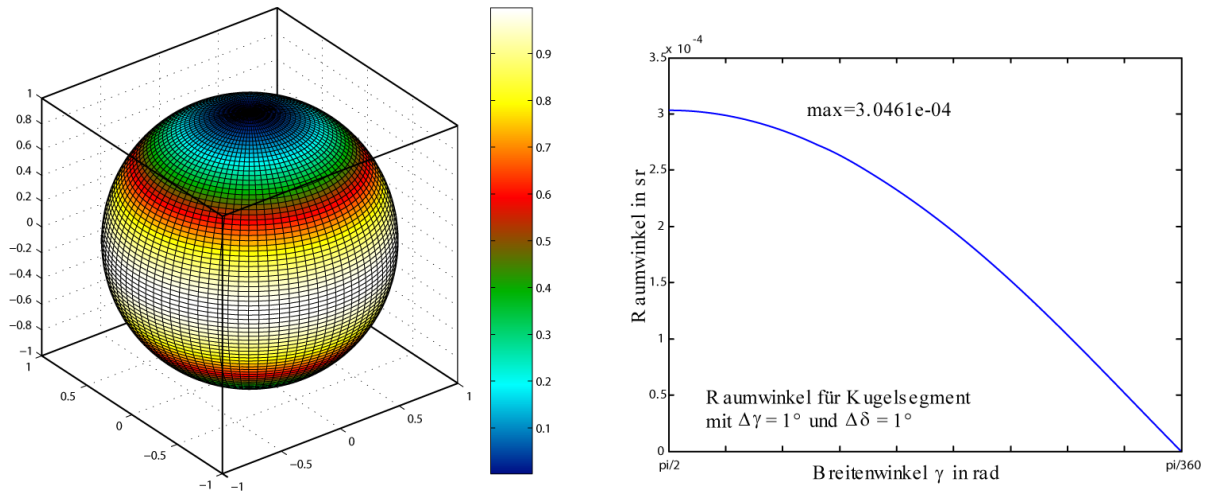
Bins mit der Länge  $a$  unterteilt. Die Binsgröße  $h$  ist somit  $h = a^2$ . Die Beleuchtungsstärke eines jeden Bins  $B_j$  kann nun bestimmt werden, wenn die Teillichtströme  $\phi_n$  der

Photonen  $p$ , die in ein und dasselbe Bin fallen, aufaddiert und durch  $h$  dividiert werden:

$$E_j = \frac{1}{n \cdot a^2} \sum_{i=1}^n I(p_i \in B_j) \cdot \phi_{\text{gesamt}} \quad \text{in} \quad \left[ \frac{lm}{cm^2} = lux \right] \quad (2.10)$$

In Bild 2.2 ist ein bivariates Histogramm abgebildet, wie es für die Schätzung der Beleuchtungsstärke verwendet werden könnte. Ein konkretes Beispiel eines Lambert-Strahlers ist in Bild 2.4 (rechts) zu sehen. An dieser Stelle ist festzuhalten, dass die Varianz und das Bias für jedes Bin des Beleuchtungsstärkehistogramms unterschiedlich sind (siehe Kapitel 2.7).

## 2.5.2 Histogramm für Lichtstärke



**Bild 2.3:** links: bivariates Histogramm der Kugeloberfläche mit winkelgleichen Segmenten für jedes Bin; rechts: Darstellung der Raumwinkel eines jeden Bins in Abhängigkeit vom Breitenwinkel  $\gamma$

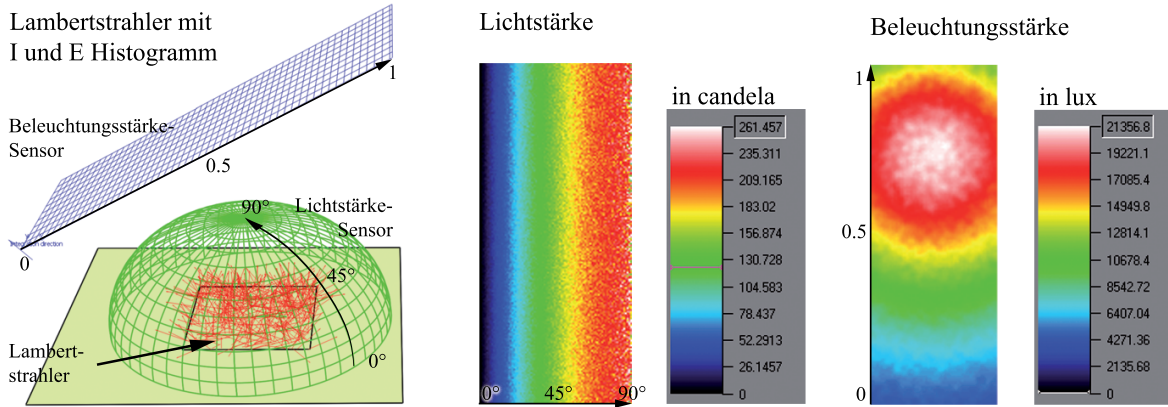
Um simulierte Photonen zur Schätzung einer LVK benutzen zu können, muss der Richtungsraum in Bins diskretisiert werden. Hierfür wird die Kugeloberfläche in einheitlich große Winkelsegmente von Meridian- und Breitenwinkel unterteilt, erstmalig beschrieben durch Mercator (Kartograph, 16. Jhd.). Betrachtet man diese Einteilung innerhalb der Mercator'schen Abwicklung, sind alle Bins gleich groß. Der Ergebnisraum reicht dabei vom Breitenwinkel  $\gamma$  mit  $-90^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$  und dem Meridianwinkel  $\delta$  mit  $0^\circ \leq \delta \leq 360^\circ$  für die Vollsphäre. In Bild 2.3 links ist diese Segmentierung für die Kugel aufgezeigt. Es ist zu erkennen, dass die Bins zwar gleiche Winkelsegmente darstellen, die Binsgröße jedoch der Raumwinkel  $\omega$  eines Segments ist. Lichtstärke  $I$  ergibt sich aus:

$$I_j = \frac{1}{n \cdot \omega} \sum_{i=1}^n I(p_i \in B_j) \cdot \phi_{\text{gesamt}} \quad \text{in} \quad \left[ \frac{lm}{sr} = cd \right] \quad (2.11)$$



Bild 2.3 rechts zeigt die Abhängigkeit der Bandbreite vom Breitenwinkel  $\gamma$ . In Anbetracht von Gleichung (2.21) bedeutet dieser Verlauf:

Mit  $\gamma \rightarrow 90^\circ$  geht  $h \rightarrow 0$  und somit die Varianz  $Var(x) \rightarrow \infty$ . Das bedeutet, die Lichtstärkewerte in Polnähe (Pol bei  $\gamma = 90^\circ$  und  $\gamma = -90^\circ$ ) weisen eine große Varianz auf. Diese Varianz ist als starkes Rauschen in der Verteilung sichtbar (dazu siehe Kapitel 2.7). Für die Pole selbst ist die Lichtstärke mit dieser Form des Histogramms nicht definiert, es handelt sich bei den Polen um Singularitäten.



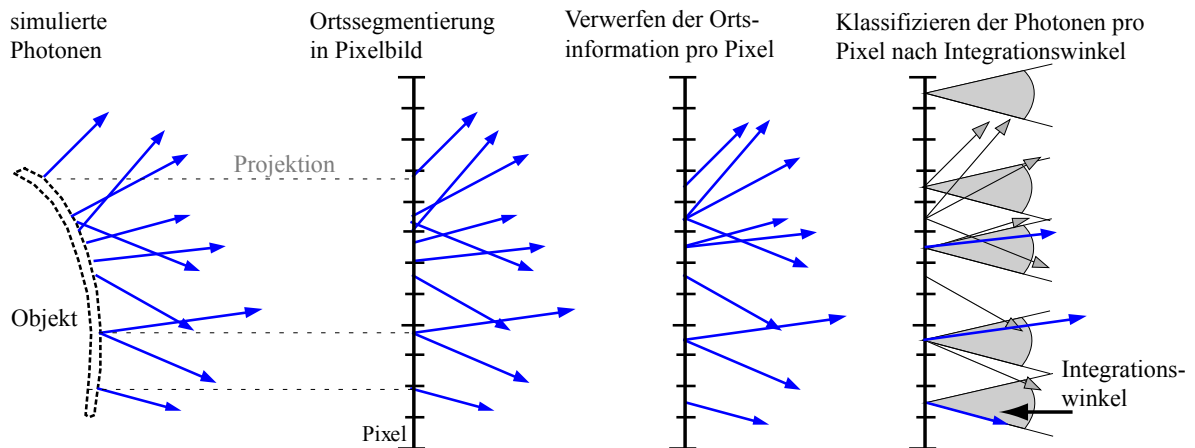
**Bild 2.4:** links: Szene mit Lambertstrahler, Licht- und Beleuchtungsstärkehistogramm;  
Mitte: Lichtstärke aus 20Mio. Photonen;  
rechts: Beleuchtungsstärke aus 20Mio. Photonen

### 2.5.3 Histogramm für Leuchtdichte

Das Histogramm für die Leuchtdichte unterscheidet sich grundlegend vom Histogramm für die Licht- und Beleuchtungsstärke. Für die Leuchtdichte ist eine Kombination von beiden zu einem vierdimensionalen Histogramm notwendig. Sowohl eine zweidimensionale Oberflächenunterteilung als auch eine Richtungssegmentierung ist notwendig. Die Bandbreite  $h$  hat hier die Einheit  $\frac{sr^{-1}}{cm^2}$ .

$$L_j = \frac{1}{n \cdot a^2 \cdot \omega} \sum_{i=1}^n I(p_i \in B_j) \cdot \phi_{\text{gesamt}} \quad \text{in} \quad \left[ \frac{\frac{lm}{sr}}{cm^2} = \frac{cd}{cm^2} \right] \quad (2.12)$$

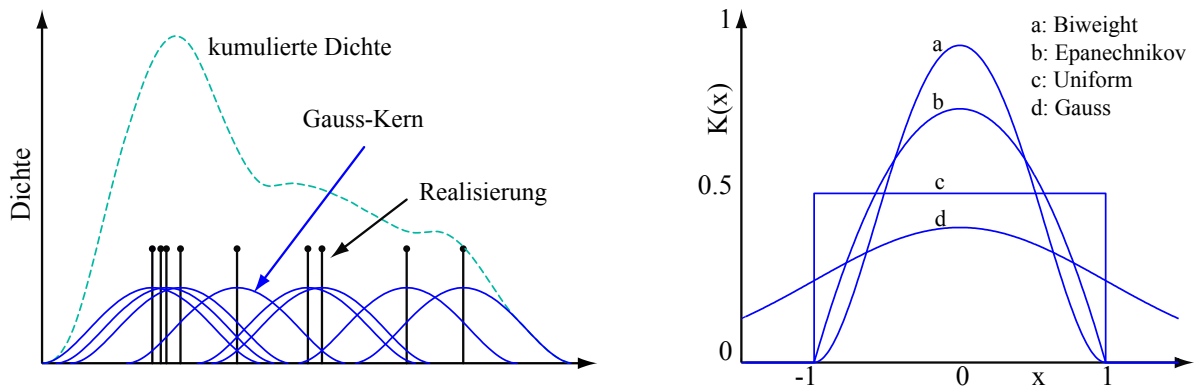
Aus einem Set simulierter Photonen wird nicht das ganze 4D-Histogramm, sondern nur der zweidimensionale Schnitt des 4D-Histogramm bestimmt. Hierfür werden die Photonen auf eine Ebene projiziert, innerhalb dieser Ebene in entsprechende Bins des Ortes eingezählt, um anschließend entsprechend einer Winkelsegmentierung klassifiziert zu werden (siehe Bild 2.5).



**Bild 2.5:** Schätzung der Leuchtdichteverteilung aus simulierten Photonen (Schnittdarstellung): Projektion der Photonen, Orts- und Richtungsdiskretisierung entsprechend der Pixel- und Integrationswinkelgröße

## 2.6 Kerndichteschätzer - KDE

Der *Kerndichteschätzer* (engl: kernel density estimation; kurz: KDE) basiert auf der Annahme, dass eine jede Realisierung von  $X$  repräsentativ für eine Vielzahl von Realisierungen ist, die ihrerseits mit einer entsprechenden Verteilung (Kern) um die eigentliche Realisierung existieren. Im eindimensionalen Fall ist das Prinzip anhand weniger Datenpunkte in 2.6 (links) dargestellt. Es wird über jeden Datenpunkt ein Kern gelegt,



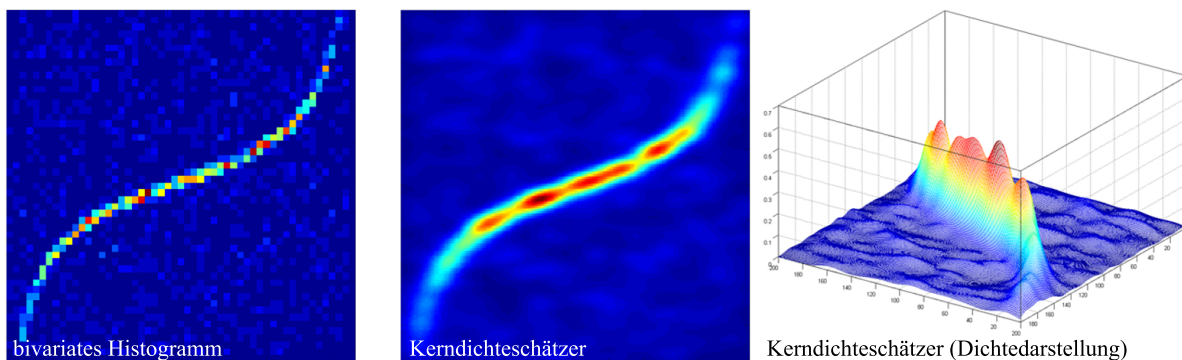
**Bild 2.6:** links: Prinzip der Kerndichteschätzung;  
rechts: mögliche Kerne für die Kerndichteschätzung [Sim96]

und die Dichte an der Stelle  $x$  ergibt sich aus der Summe aller Kerne an dieser Stelle. Mathematisch ist der Kerndichteschätzer so beschreibbar:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n \cdot h} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad \text{mit} \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx = 1 \quad (2.13)$$

Die Funktion  $K$  bestimmt die Form der Verteilung und wird als Kern bezeichnet. Im Vergleich zum Histogramm ist der Kerndichteschätzer immer stetig, hat somit keine Sprungstellen wie das Histogramm. Bedingung dafür ist jedoch, dass der verwendete Kern ebenfalls stetig ist. Bild 2.6 (rechts) zeigt unterschiedliche Kerne auf. Wichtige Eigenschaften von  $\hat{f}(x)$  lassen sich aus Definition 3.5 ableiten. Zum einen ist  $\hat{f}(x)$  eine Dichtefunktion, wenn  $K$  eine Dichtefunktion ist. Und zum anderen ist  $\hat{f}(x)$   $m$ -fach stetig differenzierbar, wenn  $K$   $m$ -fach stetig differenzierbar ist. Die Wahl des Kerns ist jedoch nach asymptotischen Betrachtungen in [Sim96] für den Fehler des Dichteschätzers nicht von Bedeutung. Daher sollte tendenziell ein Kern genutzt werden, der die nötige Differenzierbarkeit hat und leicht berechnet werden kann.

In Bild 2.7 ist das Histogramm dem Kerndichteschätzer für dieselbe Stichprobe gegen-



**Bild 2.7:** links: *bivariates Histogramm*; Mitte: *bivariate Kerndichteschätzung*; rechts: *dreidimensionale Darstellung der mittels KDE geschätzten Dichte*

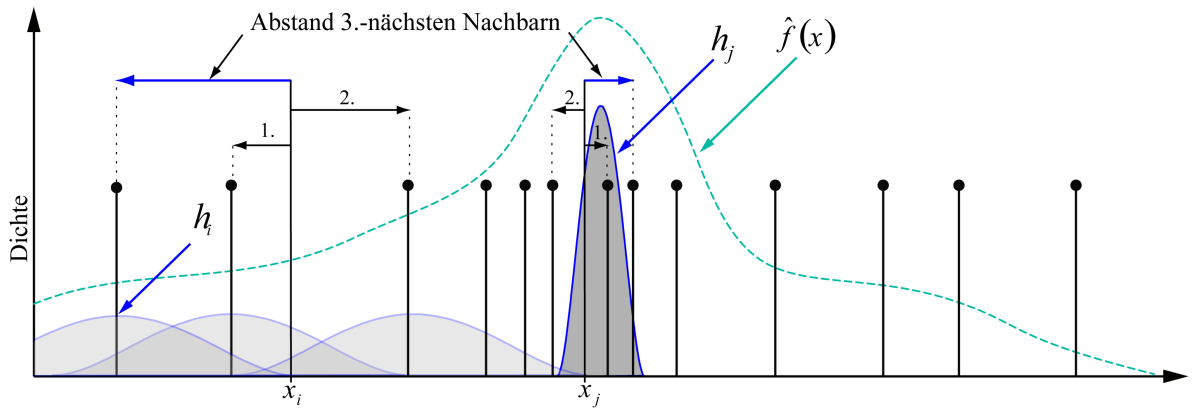
übergestellt. Obwohl der Kerndichteschätzer in der Urform nicht adaptiv ist, zeigt er im Vergleich zum Histogramm viel besser die Struktur der Verteilungsfunktion und ist für die Dichteschätzung aufgrund der Stetigkeit sehr gut geeignet. Er ist aufgrund seines Prinzips vollkommen von der Auflösung der Darstellung entkoppelt. Der Glättungsparameter  $h$ , den jeder nicht parametrische Dichteschätzer beinhaltet, ist nicht wie beim Histogramm die Bin-Größe, sondern die Größe des Kerns, der über jedem Datenpunkt aufgespannt wird.

### 2.6.1 k-Nächste-Nachbarn-Methode

Die *k-Nächste-Nachbarn-Methode* (kurz: *kNN-Methode*) ist eine Erweiterung des Kerndichteschätzers. Hierbei wird die Bandbreite des Kerns abhängig von der Dichte  $f(x)$  im Auswertungspunkt  $x$  gewählt. Für ein  $x$  mit geringem  $f(x)$  liegen bei fester Bandbreite tendenziell zu wenige Datenpunkte innerhalb des Kerns. Dies führt zu einer hohen Varianz. Ist die Dichte groß, liegen mehr Datenpunkte als nötig innerhalb des Kerns. Hier ist eine kleinere Bandbreite sinnvoll, um das Bias zu minimieren (Bias und Varianz werden

in Kapitel 2.7 erläutert). Bei der  $k$ NN-Methode wird daher für Bereiche mit geringem  $f(x)$  eine größere Bandbreite gewählt als für Bereiche mit großer Dichte. Als Abschätzung der Dichte in  $x$  wird der Kehrwert des Abstandes von  $x$  zu der Beobachtung  $x_i$  verwendet, die den  $k$ -kleinsten Abstand zu  $x$  hat. Dieser Abstand wird im Folgenden als  $h_k(x)$  bezeichnet. Der  $k$ NN-Dichteschätzer wird beschrieben durch:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n \cdot h_k(x)} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h_k(x)}\right) \quad (2.14)$$



**Bild 2.8:** Prinzip der  $k$ NN-Methode; Variation der Kernbreite  $h$  durch Bestimmung des Abstandes zum  $k$  nächsten Nachbarn (hier:  $k=3$ ) bei  $x_i$  mit geringer und bei  $x_j$  mit großer lokaler Dichte

## 2.6.2 KDE für Beleuchtungsstärke - Photon-Mapping

Das Verfahren des Kerndichteschätzers bzw. der  $k$ NN-Methode wird in der Computergrafik bei dem Verfahren *Photon-Mapping* als globales Beleuchtungsverfahren verwendet. Als Referenz ist hier die Arbeit von Jensen [Jen01] zu verstehen.

Das Photon-Mapping eignet sich gut zur schnellen Berechnung der Beleuchtung auf diffusen Oberflächen und ist als Ergänzung zum herkömmlichen Ray-Tracing für die Bildsynthese 2.3.3 zu sehen. Photon-Mapping basiert auf der Verteilung von virtuellen Lichtpartikeln in der Szene. Diese Partikel werden hier als Photonen bezeichnet und tragen Lichtstromanteile. Aufgabe der Dichteschätzung beim Photon-Mapping ist es, die lokale Dichte der Photonen auf der Objektoberfläche zu schätzen, um mit Hilfe der BRDF  $f_r$  (engl.: bidirectional reflectance distribution function; kurz: BRDF) die reflektierte Leuchtdichte zu bestimmen. Nach der Rendering-Gleichung von Kajiya [Kaj86] wird die von einem Punkt  $x$  in Richtung  $\vec{\omega}$  reflektierte Leuchtdichte  $L_r(x, \vec{\omega})$  wie folgt

bestimmt:

$$L_r(x, \vec{\omega}) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \cdot L_i(x, \vec{\omega}') \cdot (\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}') d\vec{\omega}' , \left[ \frac{cd}{cm^2} \right] \quad (2.15)$$

$L_i(x, \vec{\omega}')$  ist die aus Richtung  $\vec{\omega}'$  einfallende Leuchtdichte (Index i = engl.: incident),  $\vec{n}_x$  ist die Flächennormale in  $x$ . Für die Approximation des Integrals wird  $L_i$  benötigt, die mit Hilfe der Photonen angenähert wird. Die in Punkt  $x$  entlang der Richtung  $\vec{\omega}'$  auftreffende Leuchtdichte ist definiert als der aus einem differentiell kleinen Raumwinkel um  $\vec{\omega}'$  einfallende Lichtstrom, der auf der differentiell kleinen Fläche um  $x$  auftrifft, dividiert durch den differentiellen Raumwinkel und die scheinbar leuchtende Fläche:

$$L_i(x, \vec{\omega}') = \frac{d^2\Phi_i(x, \vec{\omega}')}{(\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}') \cdot d\vec{\omega}' \cdot dA_x} \quad (2.16)$$

Die Dichte der Photonen wird über der Fläche  $\Delta A$  gemittelt, welche sich durch den Radius der Suche ergibt (siehe Gleichung (2.17a)). Es wird angenommen, dass die Fläche um  $x$  eben ist. So ist  $\Delta A$  die Fläche des Kreises mit dem Radius  $r$  (siehe 2.17b). Das Prinzip dieser Schätzung ist in Bild 2.9 dargestellt.

$$L_r(x, \vec{\omega}') \approx \sum_{p=1}^k f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \frac{\Delta\Phi_p}{\Delta A} \quad (2.17a)$$

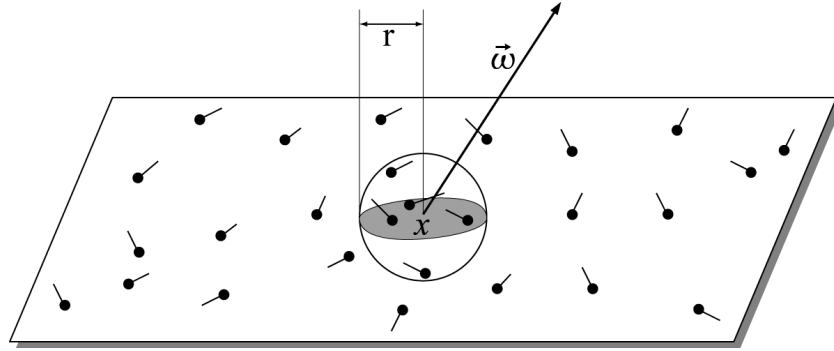
$$\approx \frac{1}{\pi \cdot r^2} \sum_{p=1}^k f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \cdot \Delta\Phi_p \quad (2.17b)$$

$$\approx \sum_{p=1}^k f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) K \left( \frac{x - c_p}{h} \right) \Delta\Phi_p \quad (2.17c)$$

Die Dichte der Photonen wird über der Fläche  $\Delta A$  gemittelt, welche sich durch den Radius der Suche ergibt (siehe Gleichung (2.17a)). Es wird angenommen, dass die Fläche um  $x$  eben ist. So ist  $\Delta A$  die Fläche des Kreises mit dem Radius  $r$  (siehe 2.17b). Das Prinzip dieser Schätzung ist in Bild 2.9 dargestellt. Um auch mit wenigen Photonen gute Ergebnisse zu erzielen, führt Jensen Filterungen ein. Das bedeutet aus Sicht der Dichteschätzung, dass ein anderer Kern anstelle des uniformen Kerns Verwendung findet (siehe 2.17c), wobei  $c_p$  die Raumkoordinaten des Photons  $p$  bezeichnet. Der Wert des Kerns  $K$  hängt vom Radius ab und beinhaltet einen Faktor zur Normierung, daher entfällt die Division durch  $\pi r^2$ .

## 2.7 Fehlerbetrachtung Dichteschätzer - Bias gegen Varianz

Für die Arbeit mit Dichteschätzern ist ein tiefes Verständnis für die Parameterwahl und die damit verbundene Einbringung von unterschiedlichen Fehleraspekten unerlässlich.



**Bild 2.9:** Die Dichte der Photonen wird bestimmt, indem der Lichtstrom der in der Kugel enthaltenen Photonen zur überdeckten Fläche  $A = \pi r^2$  in Beziehung gesetzt wird (siehe [Jen01])

Wie für das Histogramm gilt für den Kerndichteschätzer, dass die Wahl der Bandbreite  $h$  sehr großen Einfluss auf das Ergebnis hat.  $h$  ist der bei allen nichtparametrischen Dichteschätzern vorkommende Glättungsparameter. Ein zu großes  $h$  lässt wichtige Charakteristika der Verteilung unkenntlich werden. Ein zu kleines  $h$  hingegen stört die Verteilung ähnlich stark, da sie von Varianz als sichtbarem Rauschen überlagert wird.

Allgemein kann gesagt werden: Nichtparametrische Dichteschätzer schätzen Maxima zu gering ein und erhöhen Täler in der Dichtefunktion.

Der Wert von  $\hat{f}(x)$  kann an der Stelle  $x$  selbst als Zufallsvariable betrachtet werden, da sie eine Stichprobe  $\{x_1, \dots, x_n\}$  auf den Wert  $\hat{f}(x)$  abbildet.  $\hat{f}(x)$  hängt von der Stichprobe ab, da eine Verschiebung eines Datenpunktes in der Nähe zu  $x$  auch  $\hat{f}(x)$  ändert.

Der Erwartungswert  $E$  von  $\hat{f}(x)$  ist der Wert für unendlich viele zufällige Stichproben deren Ergebnisse gemittelt sind. Es gelte für  $E$  (siehe [Whi58]):

$$E\left(\hat{f}(x)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{x-y}{h}\right) \cdot f(y) dy \quad (2.18)$$

Daraus ist zu schließen, dass  $\hat{f}_h(x)$  gegen die mit dem Kern  $K$  gefaltete Dichtefunktion  $f(x)$  konvergiert. Der daraus resultierende Fehler bleibt auch bei unendlich großer Stichprobenzahl bestehen, wenn nicht  $h$  gleichzeitig gegen 0 strebt (siehe [Sim96]). Dieser systematische Fehler wird in der Statistik Bias (Verzerrung) genannt.

**Für den Histogrammdichteschätzer bedeutet das Bias:**

$$Bias \left\{ \hat{f}(x) \right\} \approx f'(m_j) \cdot (m_j - x) \quad (2.19)$$

Die Gleichung ist so zu interpretieren, dass das Bias stark von dem Verlauf von  $f'(x)$  (Steigung) abhängt. Bei nicht konstanten Funktionen ist das Histogramm immer mit einem Bias belegt und variiert von Bin zu Bin - wenn der Anstieg zunimmt, steigt das Bias. Um das Bias zu minimieren, muss die Binsgröße  $h$  minimiert werden.

Eine geeignete Fehlergröße für alle Dichteschätzer ist der mittlere quadratische Fehler  $MSE$  (engl.: mean squared error) und die Aufteilung in Varianz  $Var$  und quadrierten Bias:

$$MSE \left\{ \hat{f}(x) \right\} = E \left\{ \hat{f}(x) - f(x) \right\}^2 \quad (2.20a)$$

$$= Var \left\{ \hat{f}(x) \right\} + \left( E \left\{ \hat{f}(x) \right\} - f(x) \right)^2 \quad (2.20b)$$

Die Varianz von  $\hat{f}(x)$  ist die durchschnittliche quadratische Abweichung von  $f(x)$  von seinem Erwartungswert bei der Verwendung von unterschiedlichen Stichproben.

**Für den Histogrammdichteschätzer bedeutet die Varianz:**

$$Var \left\{ \hat{f}(x) \right\} = Var \left\{ \frac{1}{n \cdot h} \sum_{i=1}^n I(X_i \in B_j) \right\} \approx \frac{1}{n \cdot h} \cdot f(x) \quad (2.21)$$

Die Varianz des Histogramms wird von der Anzahl der eingezählten Elemente und der Binweite beeinflusst, kann jedoch minimiert werden, wenn das Produkt  $n \cdot h$  maximiert wird. Dies ist entweder durch eine Vergrößerung der Stichprobenzahl  $n$ , die Verbreiterung von  $h$  oder eine Kombination von beidem möglich.

**Für den Kerndichteschätzer ist die Varianz:**

$$Var \left\{ \hat{f}(x) \right\} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} K(y)^2 \cdot dy \cdot f(x)}{n \cdot h} \quad (2.22)$$

Die Gleichungen (2.21) und (2.22) zeigen, dass die Varianz invers proportional zur Bandbreite und somit das Grundproblem der Dichteschätzung ist. Wird die Bandbreite  $h$  geändert, hat dies gegenläufigen Einfluss auf die Varianz und das Bias. Die Wahl der Bandbreite ist somit immer ein Abwägen zwischen Bias und Varianz (Rauschen), eine Suche nach  $h_{\text{opt}}$ .

Die einfachste und oft genutzte Methode ist *Anpassung nach Augenmaß*. Hier bestimmt

der die Analyse Durchführende subjektiv nach visuellen Kriterien die ihm plausibel erscheinende Bandbreite.

Darüber hinaus gibt es Ansätze zur automatischen Bestimmung der Bandbreite. Ziel dieser Verfahren ist es, ein  $h_{\text{opt}}$  zu finden, das objektiv einen guten Kompromiss zwischen Bias und Varianz darstellt. Ein weit verbreitetes Verfahren ist das Kreuzvalidierungsverfahren (engl.: cross validation; kurz: CV). CV basiert auf der Approximation des integrierten Fehlers des Dichteschätzers in Abhängigkeit von  $h$  (siehe hierzu [Sco04] und [Sil86]). Laut Silverman existiert kein allgemein anerkanntes Verfahren zur automatischen Bandbreitenwahl. In der Praxis werden die automatisierten Verfahren verwendet, um einen plausiblen Startwert für die subjektive Methode *Anpassung nach Augenmaß* zu bestimmen.

Auf die unterschiedlichen Arten des Bias für den Kerndichteschätzer und speziell für das Photon-Mapping nach dem  $k$ NN-Verfahren wird an dieser Stelle nicht eingegangen. Dafür werden die Quellen [Jen01], [Sco04], [Whi58] für den Rand-Bias (engl. Boundary Bias) und [Wal98], [Sch03] für das Nachbarschafts-Bias (engl. Proximity Bias) empfohlen.

## 2.8 Simulation der Nachterscheinung von Leuchten

In Kapitel 1.1 ist das Prinzip der Prädiktiven Visualisierung skizziert. Nähere Beschreibungen sind in [Här08] und [Här04b] zu finden.

Für die virtuelle Absicherung der Erscheinung in der Nacht ist die Leuchtdichteverteilung für Leuchten mit Leuchtfunktion (Signalfunktion) die Grundlage für die Beurteilung. In Kombination mit einfachen Tone-Mapping-Operatoren und dem Prinzip der prädiktiven Visualisierung (siehe Kapitel 1.1) sind im Entwicklungsprozess eine Vielzahl von Rollen und Anwendungen denkbar. Rollen sind abgegrenzte Prozesssubjekte, charakterisiert durch ihre Rechte, Pflichten und Aufgaben. Um Anforderungen an den Simulationsprozess zu formulieren, werden im Folgenden die Rollen und Anwendungen differenziert:

### 2.8.1 Rollen und Anwendungen

Während des Produktentwicklungsprozesses sind folgende Rollen an der virtuellen Absicherung der Nachterscheinung beteiligt:

- A: Leuchten-Designer
- B: für Konzeptauslegung verantwortlicher Lichttechniker
- C: projektverantwortlicher Konstrukteur
- D: Hierarchie der Entscheidungsträger einschließlich Vorstand



Alle diese am Prozess beteiligten Rollen, möchten unterschiedliche Aspekte des virtuellen Prototyps hinsichtlich der Nachterscheinung absichern. Folgende Fragen repräsentieren die Anwendung:

- I: Entspricht die Erscheinung der geplanten Designaussage?
- II: Ist die scheinbar leuchtende Fläche homogen?
- III: Passt die Homogenität aus unterschiedlichen Betrachterpositionen?
- IV: Gibt es störende Lichtleiteffekte?
- V: Sind Abschattungen sichtbar?
- VI: Gibt es ein Übersprechen von einer Funktion auf die nächste?

Aus der Erfahrung der letzten Jahre hat sich in der Praxis gezeigt, dass vor allem der Projektleiter das größte Interesse an der Visualisierung der Nachterscheinung hat. Er benötigt das komplette Spektrum der Anwendungen und steht mit seinen Anforderungen an die Simulation somit stellvertretend für alle anderen Rollen (siehe dazu Tabelle 2.1).

**Tabelle 2.1:** *Wichtigkeit der Fragen für die Rollen:*

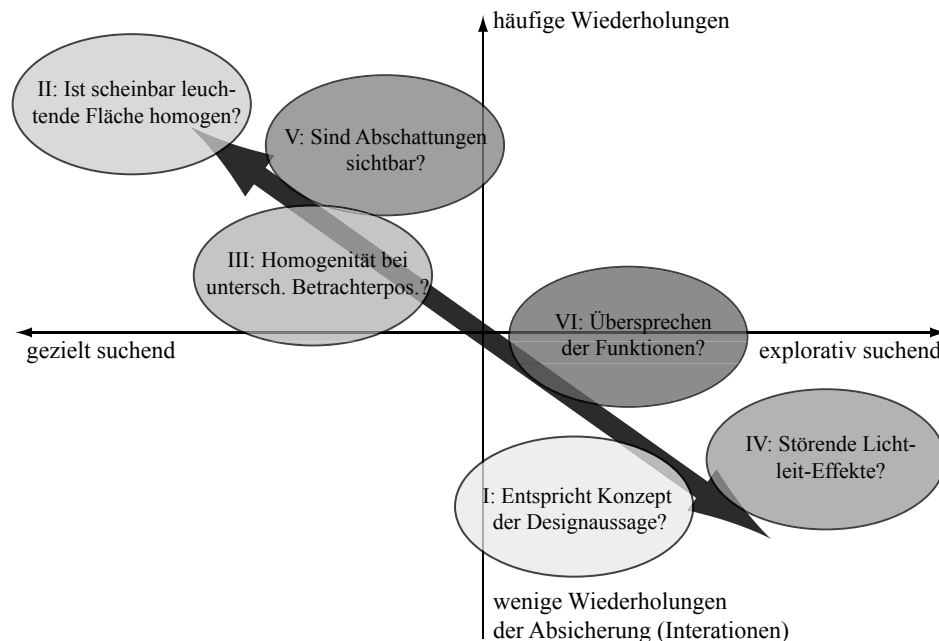
*++ sehr wichtig; + wichtig; ○ kein direktes Interesse*

Frage Rolle	I	II	III	IV	V	VI
A	++	++	++	○	+	○
B	+	++	++	++	++	++
C	++	++	++	++	++	++
D	++	++	+	○	○	○

Im nächsten Abschnitt werden die Anwendungen analysiert und daraus resultierende Anforderungen an den Simulationsprozess definiert.

### 2.8.2 Anforderungen an den Simulationsprozess

Der Projektleiter ist dafür verantwortlich, dass alle relevanten Aspekte betrachtet werden. Entsprechend des Reifegrades des Bauteils ist die eine oder andere Fragestellung bzw. Anwendung wichtig. Es hat sich gezeigt, dass es einen Zusammenhang zwischen Häufigkeit der Fragestellung und Art der Suche nach Erkenntnis gibt. In Bild 2.10 ist dieser Zusammenhang dargestellt, indem die einzelnen Fragestellungen in ein entsprechendes Diagramm eingezeichnet sind. Es lässt sich die klare Tendenz erkennen, dass zwei Anwendungsfelder dominieren. Einerseits sucht der Anwender, getrieben von



**Bild 2.10:** Einordnung Anwendungen in Abhängigkeit von Häufigkeit der Fragestellung und Art der Suche (elaborativ oder gezielt); Pfeil markiert gefundene Tendenz

konkreten Fragestellungen, gezielt und mit großer Häufigkeit (Iterationen). Andererseits sind Fragestellungen vorhanden, die zwar selten, dann jedoch explorativ (nicht gezielt, erfahrend, erforschend) gestellt werden. Anhand von zwei Beispielen werden die unterschiedlichen Anforderungen konkretisiert.

### 1. Beispiel:

Das erste Anwendungsbeispiel ist der Optimierungsprozess einer Heckleuchte mit Zwischenlichtscheibe (incl. Optiken) hinsichtlich der Homogenität der Nachterscheinung. Hierbei wird im Intervall von zwei Tagen jeweils eine Variante eines Reflektor und eine Variante einer Zwischenlichtscheibe erstellt und auf Einhaltung der gesetzlichen Vorgaben hinsichtlich der Lichtstärke geprüft. Sind die Gesetzesanforderungen erfüllt, kann die Beurteilung in Bezug auf Homogenität aus der Rückansicht durchgeführt werden. Dies bedeutet:

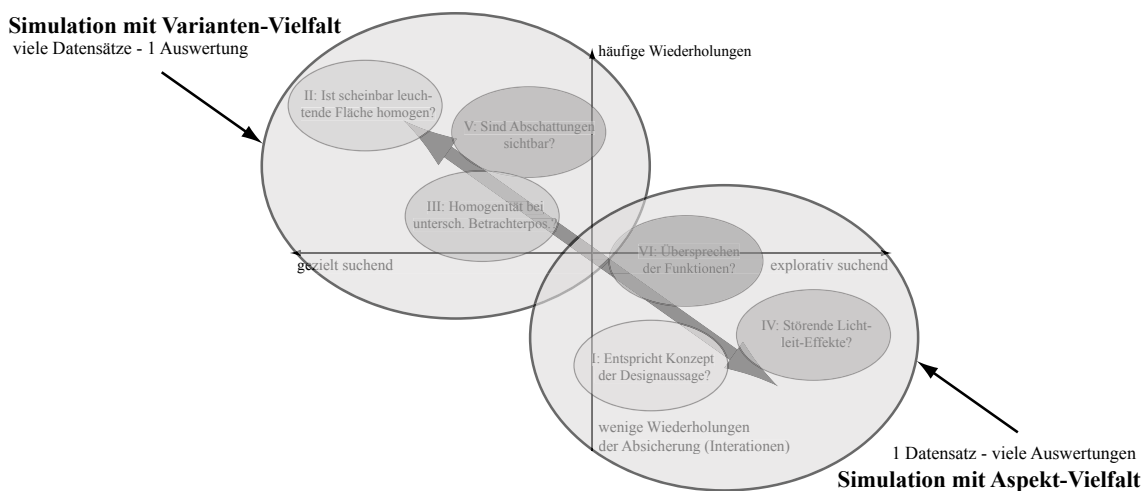
- Simulation von mindestens fünf fest definierten Ansichten der Leuchtdichteverteilung
- Vergleich mit vorherigen Versionen zur Bewertung des Fortschritts
- Identifikation der kritischen Stellen, verbunden mit Ursachenforschung und Planung geeigneter Massnahmen für weiter Optimierungsschritte
- Massnahmenplanung für weitere Optimierungsschritte hinsichtlich der Zielfunktion

### 2. Beispiel:

Das zweite Anwendungsbeispiel ist die explorative Suche nach störendem Streulicht und Lichteitleffekten in der Zwischen- und Außenlichtscheibe. Hier muss der letzte valide Datenstand derart simuliert werden, dass Leuchtdichtevertellungen aus allen sinnvollen Betrachtungsrichtungen in feinem Raster bewertbar sind. Dies bedeutet:

- Simulation von mindestens 270 Leuchtdichtevertellungen ( $135^\circ$  horizontal und  $50^\circ$  vertikal mit jeweils  $5^\circ$  Winkelschritten)
- Überführung der Einzelansichten in interaktiven Film (z.B. QuickTime-VR, [Hei97])
- Suche nach störenden Effekten in allen Ansichten, Ursachenforschung und Maßnahmenplanung

Diese zwei Beispiele zeigen sehr gut, dass abhängig von der Anwendung spezielle Anforderungen an den Simulationsprozess gestellt werden. Diese Anforderungen stellen die Grundlage für die Wahl der Methode und Methodik für die Simulation dar. Anhand von Bild 2.10 können die zwei Beispiele als exemplarisch für zwei grundlegende Klassen von Anwendungen dienen: Simulationsanwendungen mit Tendenz zur *Varianten-Vielfalt* und Anwendungen mit Tendenz zur *Aspekt-Vielfalt*. Der Begriff Aspekt steht hier für unterschiedliche Betrachtungswinkel, Ansichten oder Fragestellungen an ein und denselben virtuellen Prototypen.



**Bild 2.11:** Clusterbildung der Anwendungen, vgl. Bild 2.10: Varianten-Vielfalt (links) und Aspekt-Vielfalt (rechts)

## 2.9 Stand der Technik - Simulation der Nachterscheinung

Seit 1982 existiert die Software *ASAP* (Advanced Systems Analysis Program) der Firma Breault [Breom]. Es handelt sich dabei um einen nichtsequentiellen Raytracer mit vielseitiger Analysefunktion. Als Mitbewerber sind an dieser Stelle noch die Softwarelösungen *LightTools* der Firma Optical Research Associates [ORAom] und *Speos* der Firma Optis [Optfr] exemplarisch zu erwähnen.

Diese Simulationsprogramme haben im Funktionsumfang die Option, die Leuchtdichteansicht mitzubestimmen und eine Form von nichtdokumentiertem Tone-Mapping durchzuführen, das als Ergebnis eine der Wahrnehmung entsprechende Abbildung liefern soll.

Als Literaturquellen speziell zu diesem Thema aus der Disziplin der Lichtsimulation sind zwei Veröffentlichungen bekannt: eine Darstellung von Koschel [Kos02] und eine unabhängige Arbeit von Lee [Lee05]. Koschel verweist auf den Histogrammdichteschätzer (siehe Kapitel 2.5.3) und Lee gibt keine Informationen über das Verfahren an.

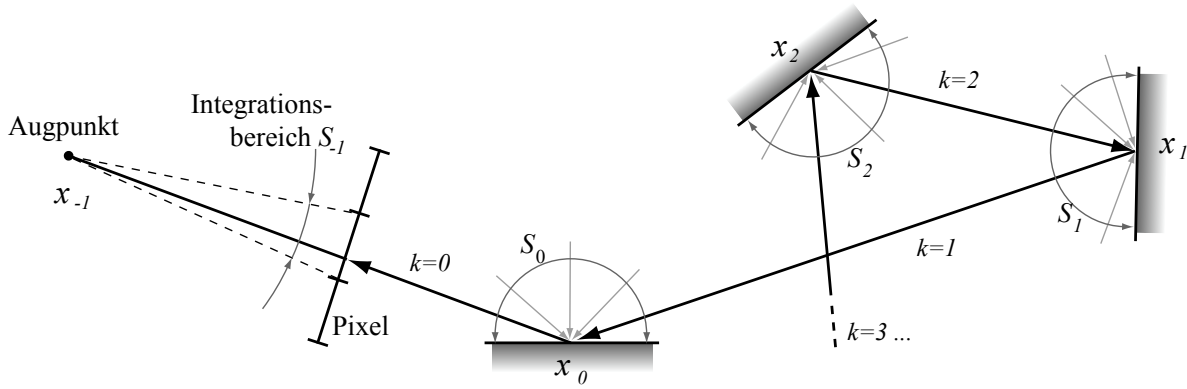
Von der Software *Speos* und *LightTools* ist bekannt, dass sie das Path-Tracing für die Simulation der Leuchtdichteverteilung verwenden. Die in dieser Arbeit entwickelte Erweiterung des Simulationsprozesses vergleicht sich mit dem Verfahren Path-Tracing. Daher wird an dieser Stelle gesondert darauf eingegangen.

## 2.10 Simulation mittels Path-Tracing

Beim Path-Tracing wird das in Kapitel 2.3.3 allgemein beschriebene Ansatz Ray-Tracing verwendet. Der Begriff *Ray-Tracing* wird, ähnlich wie *Light-Field* vielseitig in der Fachliteratur, speziell aus dem Bereich der Computergrafik, verwendet. Man unterscheidet bei Ray-Tracing generell zwischen der Sammel-Technik (engl.: gathering) und der Aussenden-Technik (engl.: shooting). Bei den Gathering-Verfahren basiert der Algorithmus auf dem Sensor und dessen Wirkungsbereich, wobei alle Verfahren, die von der Lichtquelle ausgehen, als Shooting-Verfahren bezeichnet werden. Es wird jeweils zwischen deterministischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansätzen unterschieden (siehe [Pat92], [Pat93]). Das Path-Tracing gehört zur Gruppe der Gathering-Verfahren. Hierbei wird die Pixel-Leuchtdichte aus der Betrachterposition bestimmt.

Ausgehend von der Rendering-Gleichung von Kajiya (siehe Gleichung (2.15)) kann mit  $L = L_e + TL$  die Integraltransformation  $T$  eingeführt werden:

$$\langle Tg \rangle(x, \omega') = \int_{\Omega_x} f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) \cdot g(x, \vec{\omega}') \cdot (\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}') d\vec{\omega}' \quad (2.23)$$



**Bild 2.12:** Prinzip des Path-Tracing im 2D-Fall mit Darstellung eines exemplarischen Pfades; Strahl wird von Augpunkt mit Rekursionstiefe  $k$  ausgesandt und die Leuchtdichten über den Integrationsbereichen  $S$  gesammelt

Rekursiv kann die Rendering-Gleichung mit  $T$  als Neumann-Reihe dargestellt werden. Eine Interpretation von Gleichung (2.24) ist, dass die Summe die Terme für die Reflexionen der Ordnung  $0, 1, 2, 3 \dots$  aufaddiert wird:

$$L = L_e + TL_e + T^2L_e + T^3L_e + T^4L_e + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} T^m L_e \quad (2.24)$$

Mit dem Path-Tracing können alle bekannten Phänomene des Lichttransportes (ausgenommen Wellenoptik), wie z. B. weiche Schatten, Bewegungsunschärfe und Tiefenschärfe berechnet werden (siehe [Kaj86] und Cook [Coo84]). Es handelt sich hierbei um das Aussenden vieler zufälliger Gathering-Strahlen durch das Pixel, um das Integral der Rendering-Gleichung zu lösen. Mathematisch gesehen ist Path-Tracing ein Verfahren der *Markow-Kette* mit *Systematischer Irrfahrt* (engl.: Markow Chain Random Walk)[Rub81] - ein Monte-Carlo-Sampling der Neumann-Reihe aus Gleichung (2.24). Das zu lösende  $k$ -dimensionale Integral, also die Summe aller verfolgten Strahlenpfade der Pfadlänge  $k$ , kann folgendermaßen interpretiert werden:

$$L_0(x_0, \vec{\omega}') = \sum_{k=0}^{\infty} \int_S \int_S \dots \int_S f_r(x_k, x_{k-1}, x_{k-2}) \dots f_r(x_1, x_0, x_{-1}) \times \quad (2.25)$$

$$L_e(x_k \rightarrow x_{k-1}) dA_k dA_{k-1} \dots dA_0$$

Gleichung (2.25) zeigt das Integral auf, das für jedes Pixel gelöst werden muss. Dies geschieht durch eine Monte-Carlo-Integration. Hierbei wird eine große Anzahl zufällig ausgewählter Pfade der Länge  $k$  vom Augpunkt  $x_{-1}$  durch das Pixel (Integrationsbereich  $S_{-1}$ ) gesandt, um dann jeweils den Integrationsbereich  $S_0, \dots, S_k$  der Interaktionsstelle  $x_0, \dots, x_k$  zu sampeln. In Bild A.4 ist das Prinzip dargestellt. Unter Betrachtung des *Gesetzes der Großen Zahl* von Bernoulli kann mit Hilfe der Monte-Carlo-Integration

die gewünschte Pixel-Leuchtdichte bestimmt werden. Das Gesetz von Bernoulli besagt, dass die relative Häufigkeit eines Ereignisses zur Wahrscheinlichkeit konvergiert, wenn man ein Zufallsexperiment sehr oft wiederholt. Die Konvergenzrate der Monte-Carlo-Integration ist jedoch sehr gering, die Standardabweichung  $\sigma$  verhält sich proportional zum Kehrwert der Wurzel der Versuchszahl  $n$ :

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2.26)$$

Im Anhang A.3 ist der Zusammenhang aus Gleichung (2.26) hergeleitet. Das in dieser Arbeit verwendete Kamera-Modell *Lochkamera* ist in Anhang A.2 lichttechnisch beschrieben.

Das Path-Tracing ist ein Bias-freies Verfahren. Es existiert in der Lösung nur Varianz in Form von Bildrauschen. Es müssen in der Regel viele tausend Pfade pro Pixel verfolgt werden, was eine Bildberechenzeit von mehreren Stunden zur Folge haben kann.

## 2.11 Zusammenfassung und Forschungsfrage

In diesem Kapitel sind die Grundlagen für die Simulation von Lichtfeldern beschrieben und es ist in die nichtparametrische Dichteschätzung eingeführt worden. Die Berechnung der Lichtausbreitung unterliegt klaren Gesetzmäßigkeiten, die in die Schaffung neuer Verfahren einfließen müssen.

Bei der Entwicklung lichttechnischer Baugruppen bei Volkswagen sind Aspekte wie Flexibilität und Geschwindigkeit ebenso gefragt wie Genauigkeit. Eine Vielzahl von Anforderungen werden im Entwicklungsprozess entsprechend der jeweiligen Anwendung an die virtuelle Absicherung gestellt. In der aktuellen Systemlandschaft sind jedoch Lücken zu finden, die Unsicherheit und Fehler in den Entscheidungsprozess einbringen. Auf Basis der Analyse des aktuellen Prozesses sind Verfahren zu entwickeln, die folgende Fragen beantworten:

- Berechnung muss sehr schnell Leuchtdichteverteilungen schätzen können
- Berechnung muss unabhängig von Komplexität der Leuchte sein
- Berechnung muss unabhängig von Auflösung des Bildes sein
- Berechnung muss Ergebnis der Simulation optimal verwerten

## 3 Erweiterung des Simulationsprozesses

In den vorangegangenen Abschnitten wurde abgeleitet, wo die Forschungslücke auf dem Gebiet der Nachtvisualisierung zu finden ist. Bislang bereits realisierte Lösungen wurden dargestellt und hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit untersucht.

In diesem Kapitel werden zwei unterschiedliche Ansätze hergeleitet und ihre Umsetzung beschrieben. Beide Verfahren schließen die Forschungslücke, weisen jedoch unterschiedliche Charakteristika auf. Beide erfüllen nachfolgende, aus Kapitel 2 abgeleitete Anforderungen.

### 3.1 Anforderungen an neu zu entwickelnde Methode

1. *Methode muss Leuchtdichteansichten sehr schnell berechnen können (Tendenz zur Echtzeitdarstellung muss gegeben sein):*

Tendenz zur Echtzeitdarstellung bedeutet, dass mit normaler Hardware die Bildberechnung ca. unter einer Minute pro Ansicht betragen soll.

2. *Methode muss unabhängig von der in der Leuchte eingesetzten Technologie (Komplexität) sein:*

Lichtleitertechnologien, mehrfach überlappende Zwischenlichtscheiben oder Streuung erhöhen die Komplexität der Leuchte und erhöhen den Rechenaufwand. Dies soll für die Berechnung der Leuchtdichteansichten irrelevant sein.

3. *Methode muss gleiche Qualität für unterschiedliche Bildauflösungen liefern:*

Der bislang bekannte Dichteschätzer ist direkt an die Auflösung gekoppelt (siehe Kapitel 2.5.3). Diese Eigenschaft soll verbessert werden.

4. *Methode muss alle Winkelbereiche darstellen können:*

Alle möglichen Betrachtungsrichtungen müssen bei gleichem Aufwand und Speicherbedarf möglich sein.

5. *Methode muss Skalierbarkeit des Speicherbedarfs im Hauptspeicher gewährleisten:*

Für eine Implementierung in Virtual-Reality-Plattformen muss der Speicherbedarf variabel sein, um die Flexibilität bei der Verwendung nicht zu verschlechtern.

6. *Methode muss sich in den bereits bestehenden Prozessablauf einbetten lassen:*

Primär sollen die bereits im Prozess vorhandenen Software-Produkte genutzt und ggf. nur erweitert werden. Der Prozessablauf darf nicht signifikant gestört werden.

7. *Methode soll den Informationsgehalt der Simulation nutzen:*

Diese Anforderung ist notwendig, um mit so wenig Daten wie möglich die Berechnung der Leuchtdichteverteilung durchführen zu können.

## 3.2 Prozess- und Methodenanalyse

Die Voraussetzung für die Optimierung und Erweiterung eines Systems ist die Analyse aller am System und im Prozess beteiligten Module und Funktionen hinsichtlich des Einflusspotentials.

Im Prozess der virtuellen Absicherung von Leuchten und Scheinwerfern wird bereits die Einhaltung der gesetzlichen Normen und der Markenvorgaben mit Hilfe des Photon-Tracing-Verfahrens durchgeführt. Das Photon-Tracing hat folgende Haupteinflussgrößen:

1. Geometrie-Repräsentation von Optiken (reflektiv und transmittiv)
2. Beschreibung der Oberflächeneigenschaften der verwendeten Flächen
3. Beschreibung der Lichtquellen für die jeweiligen Funktionen

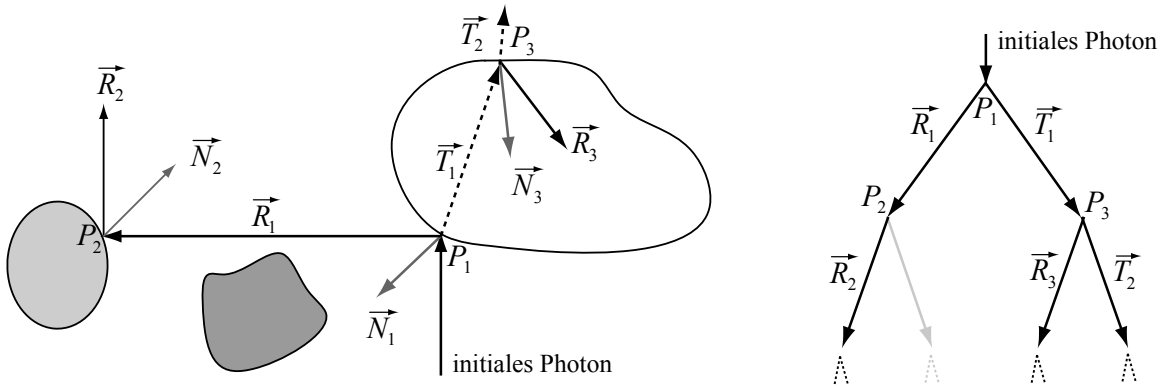
Diese drei Bestandteile werden nachfolgend auf ihren Einfluss auf die Simulation der Nachterscheinung untersucht und bewertet. Dafür notwendig ist die Analyse des Verfahrens Photon-Tracing hinsichtlich der in Kapitel 3.1 definierten Anforderungen.

### 3.2.1 Bewertung des Verfahrens Photon-Tracing

Allen lichttechnischen Baugruppen ist gemein, dass der Lichtstrom der Lichtquelle mit Hilfe von optischen Elementen zur Lichtlenkung entsprechend dem Verwendungszweck deformiert wird. Das Photon-Tracing ist eine Simulationmethode diese Deformation vorherzusagen.

Unter *Simulation* versteht man die abstrakte modellhafte Nachbildung von realen Vorgängen und deren Beschreibung mittels Algorithmen. Dabei wird eine Prognose mit Hilfe des Experimentierens auf der Modellebene für das abstrahierte Systemverhalten gebildet (nach Humphreys [Hum90]):





**Bild 3.1:** *links:* Prinzip des Photon-Tracing mit Reflexionen  $\vec{R}_n$  entsprechend der Oberflächennormalen  $\vec{N}_n$  in den Schnittpunkten mit der Geometrie  $\vec{P}_n$  und Transmission  $\vec{T}_n$ ; *rechts:* rekursive Baumstruktur des Photon-Tracing

A computer simulation is any computer-implemented method for exploring the properties of mathematical models where analytic methods are unavailable.

Das Photon-Tracing bildet modellhaft die Lichtausbreitung entsprechend dem Teilchen- oder Korpuskel-Charakter von elektromagnetischer Strahlung ab (siehe Kapitel 2.1.1). Dies wird mit Hilfe des Algorithmus Ray-Tracing durchgeführt, da unter Vernachlässigung von Polarisation, Beugung und Interferenz [Dev02] die Ausbreitung der Photonen strahlförmig verläuft. Als Nebenbedingung ist zu beachten, dass die in der Berechnung enthaltenen geometrischen Strukturen groß sind, im Vergleich zur Wellenlänge des zu untersuchenden Spektralbereichs (hier:  $380nm$  bis  $780nm$ ) der elektromagnetischen Strahlung.

Aus anderen Disziplinen, wie der Simulation des Neutronen- [Lew84] und des Temperaturtransports [How68], sind seit vielen Jahrzehnten zum Photon-Tracing ähnliche Verfahren bekannt (oft auch Partikle-Tracing).

Ein Strahl  $r$  kann in vektorieller Form auch mit  $r(x, \vec{\omega}) = x + d \cdot \vec{\omega}$  beschrieben werden, wobei  $x$  der Startpunkt und  $\vec{\omega}$  die Richtung definiert. Ausgehend von der Lichtquelle wird bei der Methode des Photon-Tracing ein Strahl in eine dreidimensionale virtuelle Szene ausgesendet. Ziel des Ray-Tracing (Strahlverfolgung) ist, für jeden dieser initialen Strahlen, die von der Lichtquelle emittiert wurden, das kleinste positive  $d$  zu finden, bei dem jeder Strahl ein geometrisches Objekt im optischen System schneidet. Entsprechend der Reflexionseigenschaften des zuerst getroffenen Objektes wird jeder Strahl reflektiert, absorbiert oder transmittiert. Ausgehend von dem Schnittpunkt und modifiziert durch die Interaktionsart wird jeder Strahl erneut durch das System traversiert, bis eine erneute Interaktion mit einem Objekt stattfindet. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis

kein Objekt von dem Strahl mehr getroffen wird oder der Strahl von einem Objekt absorbiert wurde. Abbildung 3.1 zeigt das Prinzip auf.

**Bewertung:**

Generell ist das Verfahren des Photon-Tracing dazu geeignet, die Nachterscheinung wiederzugeben, da alle lichttechnischen, die Leuchte beschreibenden Eigenschaften simuliert werden können. Als Ergebnis der Simulation durch Photon-Tracing ist das die Leuchte umgebende Lichtfeld als Strahlendatensatz vorhanden (siehe Kapitel 3.3.1). Das Lichtfeld beschreibt die Leuchte vollständig, sodass alle möglichen lichttechnischen Größen abgeleitet werden können. Folglich müssen alle denkbaren Ansichten im Lichtfeld enthalten sein. Im Vergleich dazu wird z. B. beim Path-Tracing (siehe Kapitel 2.10) jeweils nur genau eine Ansicht simuliert.

### 3.2.2 Einflussgröße Geometrie-Repräsentation

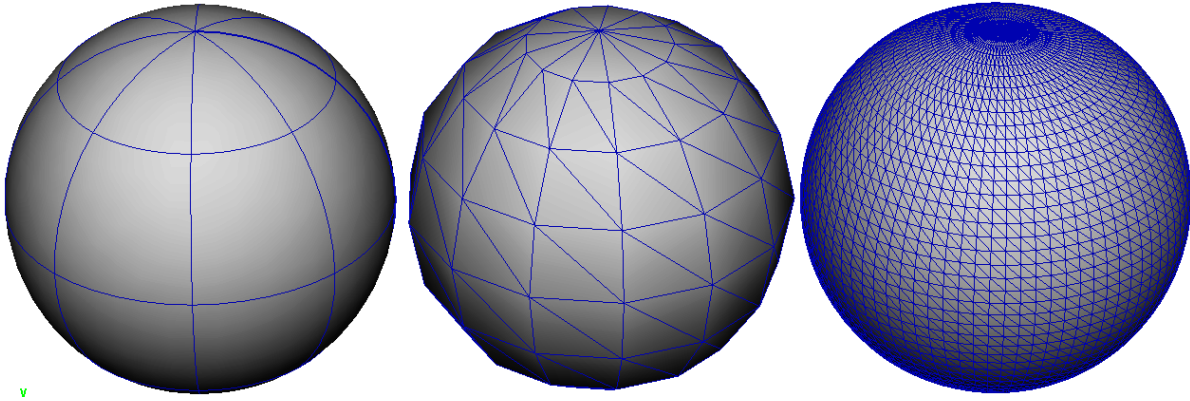
Die Suche nach dem Objekt, das vom Photon bzw. dem Strahl getroffen wird und die Suche nach dem genauen Schnittpunkt mit dem gefundenen Objekt sind Hauptaufgaben des Verfahrens Ray-Tracing. Dabei gibt es prinzipiell zwei verschiedene Ansätze der Modellbildung für geometrische Objekte: Freiformflächen (parametrische Beschreibung) und polygonale Netze (nichtparametrisch).

Für Freiformflächen sind Repräsentationsformen wie NURBS (NonUniform Rational B-Splines) und dessen Derivate möglich. Eine ausführliche Übersicht über gängige Modelle für Freiformflächen ist unter [Cam01] und [Fol95] zu finden. Für Freiformflächen wird die Schnittpunktberechnung meist numerisch und nicht analytisch durchgeführt. Ein Algorithmus dafür ist die Newton Iteration [Tot85], neben anfänglichen Verfahren basierend auf rekursiver Unterteilung der Freiformfläche zur Schnittpunktberechnung [Woo89].

Polygonale Netze hingegen bestehen aus einer sortierten Liste von zweidimensionalen Primitiven im dreidimensionalen Raum (meist Dreiecke), die als Summe, die durch die linearen Teilflächen approximiert zu beschreibende Fläche bilden (siehe Bild 3.2). Der Schnittpunkt von einem Strahl und einem Dreieck kann im Gegensatz zu NURBS sehr effizient bestimmt werden.

**Möglicher Einfluss:**

Es ist hier zu prüfen, inwieweit die Approximation der originalen Fläche die Strahlrichtung und den Ort modifiziert, sodass die Leuchtdichteansicht verfälscht werden würde. Dafür muss eine Abschätzung durchgeführt werden, welche Aspekte bei der Approximation Fehler in der Strahlberechnung ausmachen. Dafür exemplarisch ist der in Bild



**Bild 3.2:** *links: Kugelform als Freiformfläche; Mitte und rechts: Kugelform approximiert durch Dreiecksstruktur (Mitte 182 und rechts 6680 Polygone)*

3.3 aufgezeigte Schnitt durch eine approximierte Fläche. Hier wird angenommen, dass die gekrümmte Originalfläche ein Kugel- bzw. Kreisabschnitt ist. Die Genauigkeit der Approximation wird in diesem Falle von der Höhe  $A$  bzw. dem Verhältnis zwischen  $A$  und  $B$  bestimmt.

Die Abweichung zwischen dem exakten Brechungswinkel  $\beta_1$  und dem durch die Approximation bestimmten Brechungswinkel  $\beta_2$  kommt zustande, da der Strahl die approximierte Fläche an einer anderen Stelle trifft, als es bei der Originalfläche  $F$  der Fall wäre. An dieser Stelle  $x$  der angenäherten Fläche wird durch die Interpolation der Oberflächennormale eine falsche Brechungsrichtung bestimmt. Dieser Winkelfehler ist abhängig von der Position  $x$  und somit abhängig von der Größe des Einfallswinkels. Die Brechung beim Übergang von Strahlung zwischen zwei optisch unterschiedlich dichten Medien für genaue und approximierte Flächen wird via Snell-Gesetz wie folgt beschrieben:

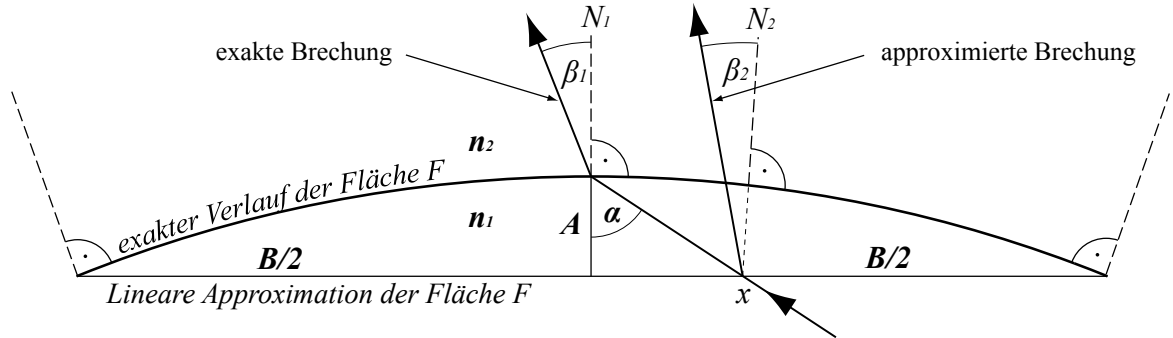
$$\text{nach: } \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{gilt: } \beta_1 = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha) \cdot n_2}{n_1}\right) \quad (3.1)$$

$$\beta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin\left(\alpha + \frac{4 \cdot A \cdot \tan(\alpha)}{B}\right) \cdot A \cdot \tan\left(\frac{2 \cdot A}{B}\right) \cdot n_2}{n_1}\right) \quad (3.2)$$

Für eine Abschätzung dieser Fehlerquelle ist in Bild 3.4 die Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\alpha$  und vom Approximationsgrad mittels variiertem  $A$  berechnet.

Es ist zu erkennen, dass der Winkelfehler gegen 0 konvergiert, wenn  $\alpha$  oder  $A$  gegen 0 laufen. In der Praxis der lichttechnischen Auslegung ist aus Effizienzgründen darauf zu achten, dass der Lichtweg so stumpf wie möglich durch transmittive Lichtlenkungselemente verläuft. Ausnahmen sind hierbei Lichtleiter und unter flachem Winkel angeleuchtete Blenden. Hier ist  $\alpha$  sehr groß, daher muss für solche Objekte die Approximationsgenauigkeit hoch gesetzt werden - d. h. Minimierung von  $A$ . Somit ist die Anzahl und damit

die minimierte Ausdehnung der einzelnen Primitiven bei idealer Verteilung ein Maß für die Genauigkeit der Approximation.



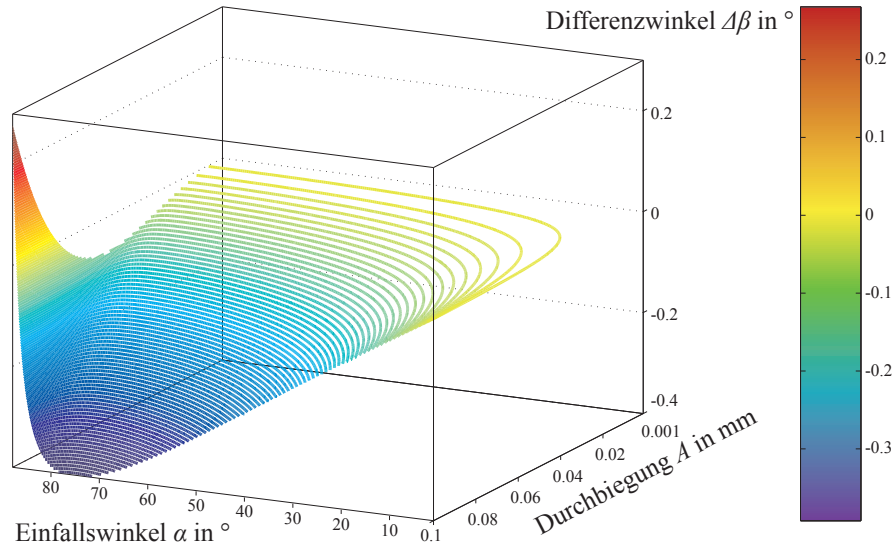
**Bild 3.3:** lineare Approximation einer gekrümmten Fläche  $F$  (hier: Kreisausschnitt); Winkelfehler ist  $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$

Den Hauptteil der Berechenzeit bildet die Suche nach dem Schnittpunkt des auf einer geraden Linie (Strahl) traversierenden Photons mit dem Objekt. Die Repräsentationsform der Geometrie ist entscheidend für das Verfahren der Schnittpunktberechnung (engl.: ray shooting algorithm; kurz: RSA). Einen umfassenden Überblick über RSAs und die dazugehörigen geometrischen Datenstrukturen zeigen die Arbeiten von Chang [Cha01], Havran [Hav01] und Samet [Sam89].

Es gibt sehr effiziente Methoden mit z. B. einer Komplexität von  $O(\log(n))$  [Hav01], den Schnittpunkt mit dem gesuchten Dreieck  $n_i$  aus  $n$  Dreiecken zu finden. Diese Suche setzt sich aus der hierarchischen Suche des Schnittpunkts mit den Hüllgeometrien und aus der Schnittpunktberechnung mit dem Dreieck zusammen. Bei den Freiform-Flächen ist die Schnittpunktsuche mit den hierarchischen Hüllgeometrien ähnlich, jedoch die numerische Suche nach dem Schnittpunkt mit dem eigentlichen Flächenelement im Vergleich zum Dreieck sehr aufwendig.

### Bewertung:

Da es sich bei Photon-Tracing um eine Monte-Carlo-Methode handelt, erhöht die Anzahl der simulierten Photonen die Konvergenz des geschätzten Wertes in Bezug zum realen Wert (siehe Kapitel 2.7). Somit kann die Simulationsgeschwindigkeit und damit die Anzahl der in einer bestimmten Zeit simulierbaren Photonen mit in die Fehlerbetrachtung eingerechnet werden. Dies bedeutet, dass trotz ungenauer Strahlberechnung mit den polygonalen Netzen durch wesentlich schnellere Berechnung genauer geschätzt werden kann, als bei Freiformflächen mit genauer Schnittpunktberechnung, aber geringerer Photonenzahl. Eine exakte repräsentative Gegenüberstellung der beiden gegenläufigen Aspekte Genauigkeit der Approximation und Anzahl simulierbarer Photonen ist aufgrund der Vielfältigkeit der Bauformen nicht möglich. Aus informationstechnischer



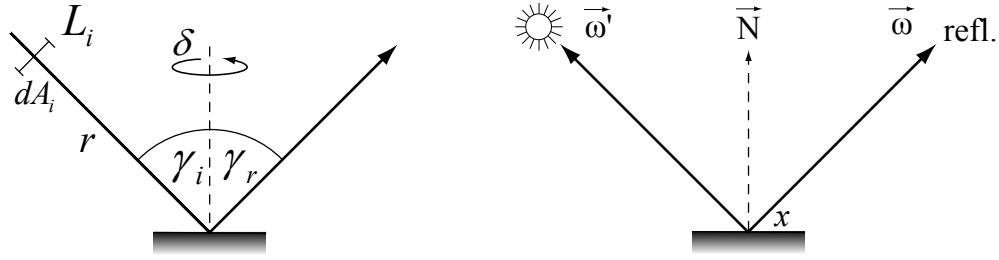
**Bild 3.4:** Abhängigkeit des Winkelfehlers  $\Delta\beta$  vom Einfallswinkel und der Größe  $A$  ; siehe Bild 3.3

Sicht kann die Polygonzahl jedoch so stark vergrößert werden, bis nichtsignifikante Unterschiede im Ergebnis - verglichen zur nächst kleineren Polygonzahl - erkennbar sind und solange die Datenmenge nicht mit den Speicherbegrenzungen des verwendeten Systems kollidiert.

### 3.2.3 Einflussgröße Reflexionseigenschaften

Trifft ein Photon im Verlauf seiner strahlförmigen Ausbreitung auf ein Objekt, wird entsprechend der optischen Eigenschaften dieses Objektes im Ray-Tracing entschieden, ob das Photon absorbiert, reflektiert oder transmittiert wird. Die Richtung des Photons und ggf. dessen Lichtstromanteil werden dabei verändert.

Unterschieden wird bei den optischen Eigenschaften in die BRDF und die BTDF (engl.: bidirectional transmittance distribution function; kurz: BTDF), siehe [Nic77]. Die BRDF und die BTDF bestimmen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein Photon aus einer bestimmten Richtung  $\vec{\omega}'$  in eine bestimmte Richtung  $\vec{\omega}$  reflektiert oder transmittiert wird. Die BRDF stellt eine Funktion des Leuchtdichtekoeffizienten  $q$  in Abhängigkeit von Anleucht- bzw. Betrachtungsrichtung dar. Die BTDF kann dagegen analog für die Transmission betrachtet werden. Die BRDF ist aus der Rendering-Gleichung von Kajiya



**Bild 3.5:** Prinzipskizze BRDF; **links:** lichttechnische Notation; **rechts:** Notation aus der Computergrafik

(2.15) aus Kapitel 2.6.2 auch als  $f_r$  bekannt und kann wie folgt beschrieben werden:

$$\text{Lichttechnik: } q_\rho(\gamma_i, \gamma_r, \delta) = \frac{L_\rho(\gamma_r, \delta)}{\int_{\Omega_i} L_i \cdot \cos(\gamma_i) \cdot d\Omega_i} \quad (3.3a)$$

$$\text{Computergrafik: } f_r(x, \vec{\omega}', \vec{\omega}) = \frac{dL_r(x, \vec{\omega})}{L_i(x, \vec{\omega}') \cdot (\vec{\omega}' \cdot \vec{n}) \cdot d\vec{\omega}'} \quad (3.3b)$$

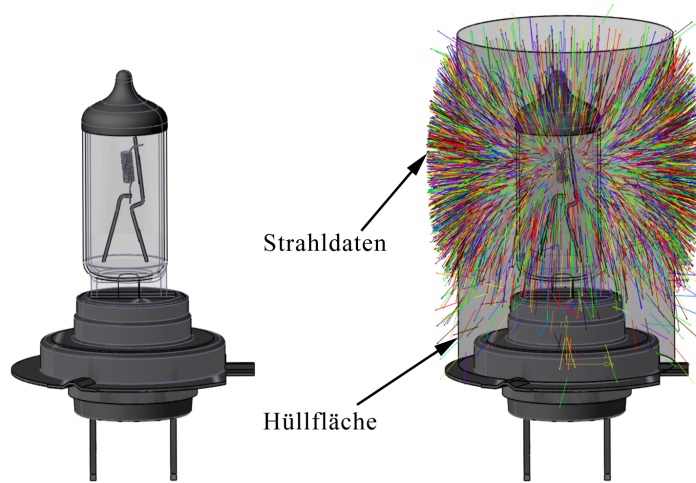
Weitere Eigenschaften der BRDF und Beispiele sind in [Här04b] zu finden. Eine genaue Herleitung aus dem Raumwinkelprojektionsgesetz (siehe [Gal07]) zeigt [Här05].

### Bewertung:

Die BRDF als elementarer Bestandteil der Rendering-Gleichung ist von immenser Bedeutung für die Simulation des Lichtfeldes. Es handelt sich systemtheoretisch um eine Faltung der BRDF mit einem durch das Photon oder den Strahl repräsentierten Dirac-Impuls. Ist die BRDF nicht korrekt modelliert, können sowohl beim Path-Tracing als auch beim Photon-Tracing nicht die richtigen Frequenzen im Orts- und Richtungsraum rekonstruiert werden (siehe Kapitel A.9). Einen direkten Einfluss auf die Anforderungen für die Simulation der Nachterscheinung hat sie jedoch nicht. Durch die Helmholtz-Reziprozität (siehe [Här04b]) ist die BRDF für Path- und Photon-Tracing gleichermaßen wichtig.

### 3.2.4 Einflussgröße Photonen-Emitter

Das Photon-Tracing beginnt mit der Generierung von Photonen aus der Lichtquelle. Es werden im Prozess zwei Lichtquellen-Repräsentationen verwendet, ein analytisch-synthetisches und ein vermessenes Lichtquellenmodell (siehe Bild 3.6).



**Bild 3.6:** *links: analytisches Modell der H7 Halogen-Lampe; rechts: H7 Halogen-Lampe mit durch Strahldaten repräsentiertem Lichtfeld, auf zylindrischer Hüllfläche (5000 exemplarische Photonen)*

#### Möglicher Einfluss:

Es ist hier zu prüfen, welche Eigenschaften das jeweilige Modell hat, um für die unterschiedlichen Simulationsarten Verwendung zu finden.

Bei analytisch-synthetischen Lichtquellen wird die lichtemittierende Fläche bzw. der Körper als virtuelle Geometrierepräsentation modelliert. Mit Hilfe dieser Geometrie wird anhand der Leuchtdichte- oder Lichtstromwerte der zu modellierenden Lichtquelle die *pdf* (engl.: probability density function; kurz: pdf) gebildet (siehe Kapitel 2.4). Die pdf  $f(x)$  ist eine Dichtefunktion nach Gleichung (2.7) und dient zur Generierung von Photonen durch Bildung der *cdf* (engl.: cumulative density function; kurz: cdf):

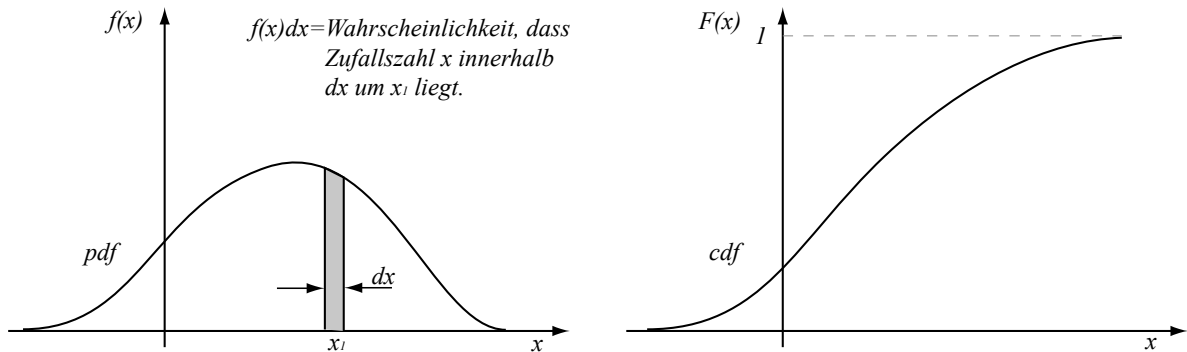
$$cdf \equiv \text{wahrsch}(x' \leq x) \equiv F(x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' \quad (3.4)$$

Die Anwendung der *Goldenen Regel des Samplings* [Eck87] besagt, dass mit Hilfe von  $n$  Zufallszahlen  $\xi_1, \dots, \xi_n$ , uniform verteilt aus  $U[0, 1)$  die Stellen  $x_1, \dots, x_n$  entsprechend der pdf mit  $x_i = F^{-1}(\xi_i)$  generiert werden können. Die analytische Repräsentation von Lichtquellen kann somit:

- für Photon-Tracing beliebige  $n$  Photonen erzeugen,
- abtastbare Leuchtdichte-Information an der Oberfläche liefern,
- mit wenig Speicher und Rechenaufwand verwendet werden.

Die analytische Repräsentation von Lichtquellen kann nicht:

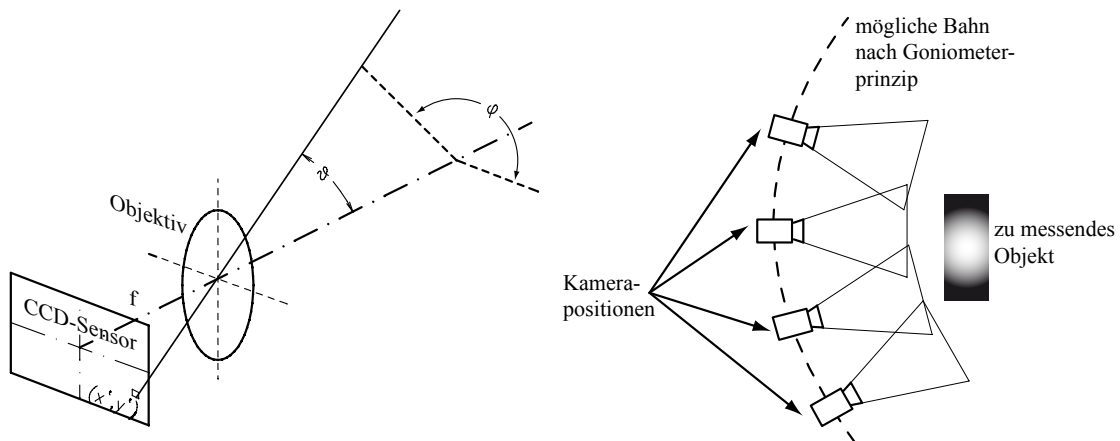
- nicht geometrisch beschreibbare Leuchtmittel darstellen,



**Bild 3.7:** *links:* kontinuierliche pdf;  
*rechts:* durch Kumulierung von pdf abgeleitete cdf

- reale Lichtquellen mit entsprechenden Ungenauigkeiten abbilden,
- rein geometriebasierte komplexe Leuchtdichtemuster abbilden.

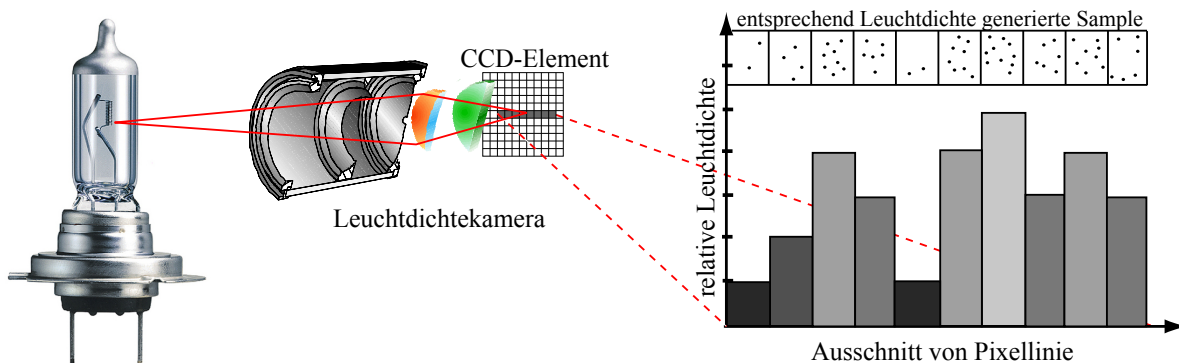
Lichtquellen werden mit Nahfeldmessungen nach Riemann [Rie91] durch orts aufgelöste Leuchtdichtemesstechnik messbar. Hierfür wird das Lichtfeld der Lichtquelle durch Messpunkte bestimmt. Die einzelnen Messpunkte, Teilabschnitte der 4D-Funktion, sind Pixelwerte von Leuchtdichteabbildungen, die mit einer Leuchtdichtekamera aufgenommen werden. Bild 3.8 (links) zeigt, wie jedem Pixel ein Messwert einer bestimmten Richtung zugewiesen wird. Da jedes Pixel eine definierte Ausdehnung hat, bestimmt dessen Größe und Objektstand unter Kenntnis des Abbildungsmaßstabes  $\beta'$  den Messbereich, über den die gemittelte Leuchtdichte gemessen wird (siehe [Nol04] und [Krü04]). Jedes Pixel



**Bild 3.8:** *links:* Zuordnung der Kamerapixel zu Leuchtdichterichtung (lokal); *rechts:* Kamerapositionen zur Leuchtdichtebilderfassung in einem Goniometer; vgl. [Nol04]

des Leuchtdichtebildes steht für einen konstanten diskreten Abschnitt des Lichtfeldes.





**Bild 3.9:** *links:* Aufnahme von Lichtquelle mit Leuchtdichtekamera; *rechts:* Schematische Darstellung eines Ausschnittes des Leuchtdichtebildes mit entsprechend der Leuchtdichte generierten Photonen; Bildquelle H7: [Osr08]

Diesem Pixelleuchtdichtewert liegt zu Grunde, dass eine Vielzahl von Photonen während der Messung auf ein korrespondierendes Pixel des CCD-Elements getroffen sind und das derart, dass ein benachbartes Pixel, was die halbe Pixelleuchtdichte repräsentiert, im Mittel etwa halb so viele Photonen aufgefangen hat. Die Beleuchtungsstärke ist halbiert, was in der Theorie einen linearen Zusammenhang darstellt.

Dreht man den Messvorgang gedanklich um und lässt jedes Pixel in den entsprechenden Raumwinkel Photonen emittieren, kann invertiert das Lichtfeld rekonstruiert werden (siehe Bild 3.6 (rechts)). Dies wird jedoch unpräzise, da die Messung schon eine Quantisierung und Diskretisierung der Orts- und Richtungsdimensionen beinhaltet. Darüber hinaus unterscheidet sich die Anzahl der aufgefangenen Photonen um eine erhebliche Anzahl an Zehnerpotenzen von den virtuell generierten. Tatsächlich muss die Anzahl der aus einer Nahfeldmessung emittierten Photonen gering gehalten werden, da die rechentechnische Verarbeitung von ca. 100 Trillionen ( $10^{20}$ ) Photonen, die von einem Temperaturstrahler mit 350W pro Sekunde ausgesandt werden, bei heutigem Stand der Technik nicht möglich ist. In der Regel werden z. B. Lichtquellen von den Herstellern mit bis zu 500 Millionen Photonen charakterisiert. Die Repräsentation von gemessenen Lichtquellen durch Strahldaten (Photonen) kann:

- von der Konstruktion abweichende reale Quellen abbilden,
- alle möglichen Strahlerprinzipien wiedergeben,
- schwer modellierbare Streueffekte erfassen.

Die Repräsentation von gemessenen Lichtquellen durch Strahldaten (Photonen) kann nicht:

- mehr als im Strahlenfile vorhandene Strahlen emittieren,
- Rückschlüsse auf die leuchtende Geometrie zulassen,

- Leuchtdichteinformation für das Path-Tracing generieren.

### Bewertung:

Der Einfluss der Lichtquelle auf das zu simulierende Lichtfeld der Leuchte ist signifikant. Das Lichtfeld des Leuchtmittels wird selbst durch das optische System weiterverfolgt. Das Photon-Tracing kann als Filterung im Ort-Richtungs-Raum des Lichtfeldes der Lichtquelle verstanden werden (siehe Anhang A.9). Ausschlaggebend für die Methodenwahl ist, dass das Path-Tracing nur mit analytischen Lichtquellen, Photon-Tracing jedoch mit beiden Repräsentationsformen umgehen kann. Im Prozess sollten neue Methoden mit allen im Betrieb auftretenden Fällen umgehen können. Dies spricht bezüglich der Photonen-Emitter klar für das Photon-Tracing.

### 3.2.5 Zusammenfassung - Prozess- und Methodenanalyse

Der Vergleich der relevanten Aspekte des Photon-Tracings mit der Monte-Carlo-Methode Path-Tracing aus Kapitel 2.10 ist durch diese IST-Stand-Analyse möglich. Im Gegensatz zum Path-Tracing wird beim Photon-Tracing der Strahlengang von der Lichtquelle bis zur letzten Interaktion verfolgt. Die Elemente der Simulation, Geometrie, optische Eigenschaften (BRDF) und Lichtquellen müssen für beide Verfahren exakt bestimmt werden. Die Verwendung von vermessenen Lichtquellen ist jedoch nur bei der Methode des Photon-Tracings möglich. Tabelle 3.1 zeigt die einzelnen Punkte auf. Die Photonenverfolgung ist unabhängig von der Art der Auswertung. Jede mögliche Erscheinung ist in dem Ergebnis der Lichtfeldsimulation (Strahldatensatz) enthalten (siehe Kapitel 3.3.1). Das Path-Tracing simuliert jeweils nur genau eine Leuchtdichteverteilung. Daher ist für die in Kapitel 3.1 definierten Anforderungen das Photon-Tracing für die Erstellung von Leuchtdichteansichten besser geeignet.

**Tabelle 3.1:** Gegenüberstellung möglicher Einflussfaktoren für die Simulation und Erstellung von Leuchtdichteansichten

	Geometrie-Repräsentation	BRDF	Lichtquellen-Repräsentation
Einfluss auf Qualität der Leuchtdichteverteilung	bei genauer Approximation durch Dreiecke: kein Einfluss	muss so genau wie möglich modelliert werden; hat großen Einfluss	Auswahl analytischer oder gemessener Repräsentation hat Einfluss auf Qualität und Verfahren
findet Verwendung bei Path-Tracing	nur dreiecksbasierte Approximation	ist notwendig für Reflexions- und Transmissionsberechnung	nur analytische, rein auf Geometrie basierende Repräsentationen können verwendet werden
findet Verwendung bei Photon-Tracing	sowohl Freiformflächen als auch Dreiecksapproximation	ist notwendig für Reflexions- und Transmissionsberechnung	sowohl analytische als auch gemessene Lichtquellenrepräsentationen werden verwendet

Es wird an dieser Stelle die These aufgestellt, dass die Simulationsergebnisse von Simulationen zur Einhaltung der Gesetzgebung zusätzlich für die Erstellung der Leuchteansichten genutzt werden kann.

## 3.3 Eignungsprüfung von Verfahren der Computergrafik

In der Disziplin Computergrafik wurden bereits verschiedene Verfahren für die Darstellung von Lichtfeldern entwickelt, wobei der Begriff Lichtfeld völlig uneinheitlich verwendet wird. In den folgenden Abschnitten wird notwendigerweise der Begriff Lichtfeld definiert und abgegrenzt, bevor die Eignung von bereits vorhandenen Verfahren für die Lichtfelddarstellung bewertet wird.

### 3.3.1 Raum-, Flächen- und Linien-Lichtfeld

Eingeführt wurde der Begriff Lichtfeld von Gershun im Jahre 1936 [Ger36]. Er erläutert das Prinzip des Beleuchtungsstärkevektors zur Beschreibung des Raumlichtfeldes. Moon und Spencer [Moo81] greifen dieses Thema 1981 wieder auf und beschreiben das Vektorfeld der Beleuchtungsstärke, wobei die Feldlinien Vektorfeld-Flusslinien darstellen. Cuttle beschreibt in [Cut97] das Lichtfeld mit Hilfe der planaren Beleuchtungsstärkeanteile in die positiven und negativen dreidimensionalen Raumkoordinatenachsen.

In dem Forschungsgebiet der Computergrafik wird der Begriff Lichtfeld zwar von Gershun abgeleitet, jedoch anders verwendet. Der Begriff Lichtfeld beschreibt in dieser Disziplin keine Feldgröße eines Raums, sondern die Feldgrößen für beliebige konvexe Hüllgeometrien um leuchtende Objekte oder direkt auf deren Oberfläche. (Hinweis: In beiden Forschungsgebieten, Lichttechnik und Computergraphik wird die Bezeichnung Lichtfeld nicht standardisiert bzw. einheitlich verwendet, obwohl in beiden dieselben Primärquellen zitiert werden.)

Um eine Abgrenzung der Begriffe zu ermöglichen, wird an dieser Stelle eine Differenzierung des Lichtfeldbegriffes in Raum-, Flächen- und Linienlichtfeld definiert:

#### **Raum-Lichtfeld:**

Als Feld wird im Allgemeinen ein Raum bezeichnet, wo jedem Ort eine ortsbezogene skalare oder vektorielle Feldgröße zugeordnet werden kann. Im Fall des Raum-Lichtfeldes handelt es sich um Feldgrößen, die von der im Raum sich ausbreitenden elektromagnetischen Strahlung im sichtbaren Spektralbereich abgeleitet werden. Mögliche skalare Feldgrößen sind die Raumhelligkeit, Ortsleuchtdichte und der Lichtvektor. Abgeleitete vektorielle Feldgrößen wie der Leuchtdichte- und der Beleuchtungsstärkeverteilungskörper

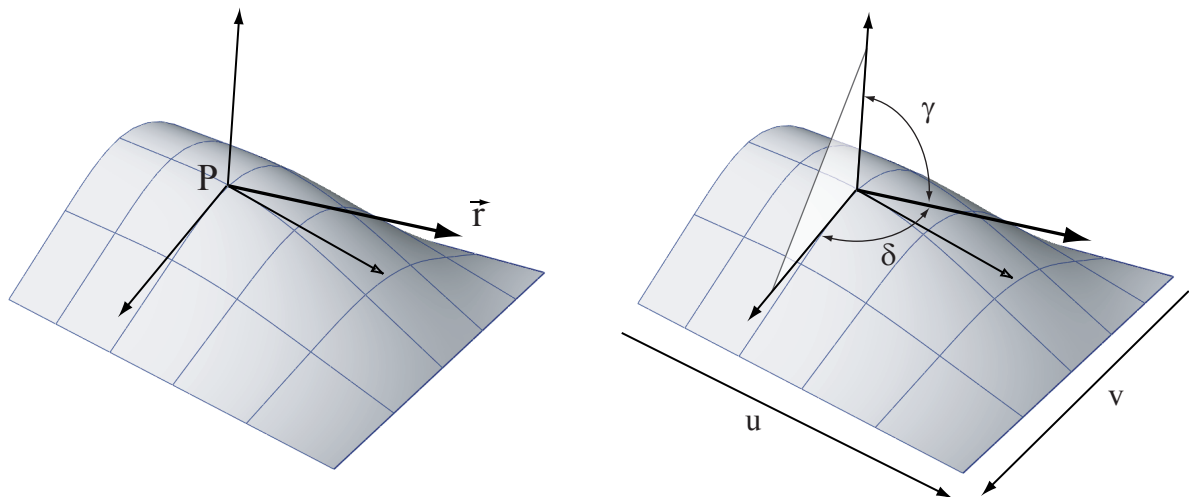
sind ebenfalls bestimmbar. Es handelt sich bei skalaren Feldgrößen des Raum-Lichtfeldes um eine dreidimensionale und bei vektoriellen um eine fünfdimensionale Funktion. Weiterführende Literatur zu der Feldtheorie in der Lichttechnik ist der Artikel von Helwig [Hel50] und [Ban02]. Aus der Messtechnik sind Versuche von Zhang [Zha04] bekannt, den Beleuchtungsstärkeverteilungskörper direkt über Photometerarme zu messen. In der Computergrafik wird der Begriff der Plenoptischen Funktion (siehe [Ade91] und [Zha03]) verwendet. Greger [Gre98] nutzt Beleuchtungsstärkeverteilungskörper zur Beleuchtung virtueller Objekte.

Ansätze zur raumbasierten Beschreibung von Beleuchtungssituationen haben sich jedoch nicht durchgesetzt. Hauptgrund dafür ist die Statik der Beleuchtungsszenerie, da nicht Licht aussendende Objekte, sondern der sie umgebende Raum beschrieben wird. Dieser Nachteil wird bei der Verwendung von *Flächen-Lichtfeldern* umgangen.

### Flächen-Lichtfeld:

Ein Raum im Sinne des Raum-Lichtfeldes ist eingegrenzt von aktiv selbstleuchtenden oder reflektierenden Objekten. Jedes dieser Objekte hat seinen Beitrag am Raum-Lichtfeld. Dieses Feld ergibt sich durch die nach dem Superpositionsprinzip der linearen Optik überlagerten Lichtfelder der emittierenden und reflektierenden Objekte, die Flächen-Lichtfelder.

Das Flächen-Lichtfeld beschreibt die lichttechnischen Eigenschaften von Licht aussen-



**Bild 3.10:** *links:* Leuchtdichte eines Oberflächenpunktes  $p$  in Richtung  $\vec{r}$ ; *rechts:* Parametrisierung des Flächen-Lichtfeldes mit den Oberflächenkoordinaten  $u$  und  $v$  für den Ort und mit Breitenwinkel  $\gamma$  und Azimut- bzw. Meridianwinkel  $\delta$  für die Richtung

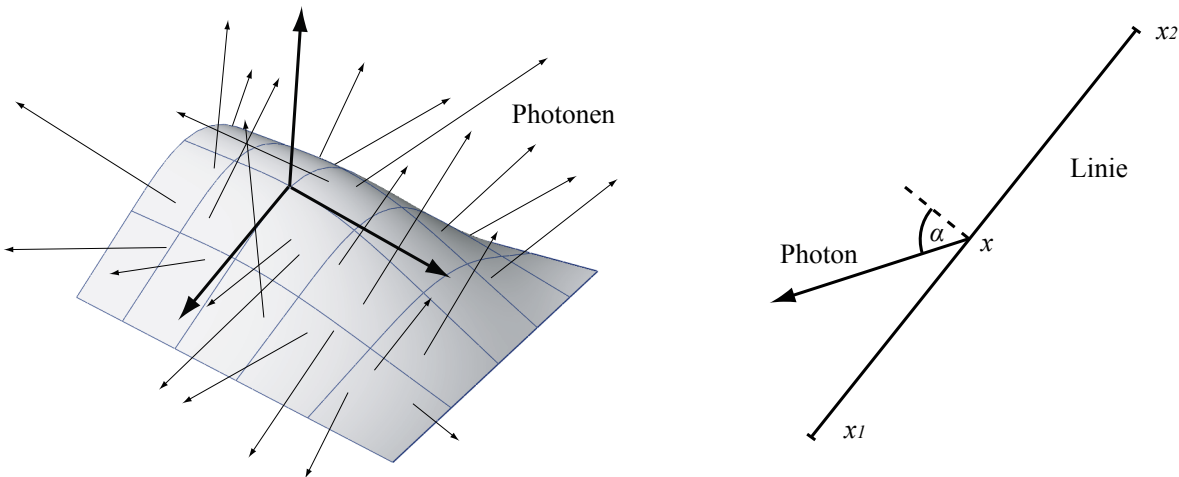
denden Objekten, basierend auf deren Hülle. Diese Hülle ist im dreidimensionalen Raum eine zweidimensionale Fläche und dient als Basis für die lichttechnische Beschreibung des

Nahfeldes um die Objekte.

Wie in Kapitel 2.2 näher beschrieben, ist das Nahfeld über die Leuchtdichteverteilung der Oberfläche beschreibbar. Nach Gleichung (2.4) von Ngai [Nga87] lässt sich das Nahfeld von einem Punkt  $p$  eines Objektes in Richtung  $\vec{r}$  über die Leuchtdichte  $L(p, \vec{r})$  bzw. über die differenzielle Flächen-Lichtstärke  $dI_{dA}(p, \vec{r})$  beschreiben (siehe Bild 3.10, links). Die vektorielle Formulierung von Ngai ist jedoch wenig gebräuchlich. In der Regel wird eine Parametrisierung der Oberfläche der Hülle (Ortskomponente) über zwei Texturkoordinaten  $u$  und  $v$  vorgenommen. Die Richtung wird hingegen durch den Breitenwinkel  $\gamma$  und durch den Azimut- bzw. Meridianwinkel  $\delta$ , bezüglich zum Lot auf der Fläche, parametrisiert (siehe Bild 3.10, rechts). Das lichttechnische Nahfeld bzw. das Flächen-Lichtfeld ist somit als vierdimensionale Funktion (4D) definiert. Für die Verwendung von 4D-Lichtfeld-Funktionen ist es notwendig, eine Repräsentationsform zu finden, die für Messung, Darstellung und Berechnung geeignet ist.

#### Flächen-Lichtfeld als Dichtefunktion von Photonen

Ein in der Literatur vernachlässigter Aspekt ist die Lichtfeldrepräsentation durch photonische bzw. stochastische Größen (vgl. Kapitel 2.1.2). Betrachtet man Objekte rein als Photonen aussendende Flächen, ist es möglich, eine äquivalente, auf Photonen basierende Beschreibung für das Lichtfeld zu finden. Bild 3.11 (links) zeigt von einer Oberfläche ausgesandte Photonen. Das Flächen-Lichtfeld  $FL$  beschreibt die Wahrscheinlichkeits-



**Bild 3.11:** *links:* Oberfläche mit exemplarisch emittierenden einzelnen Photonen, entsprechend einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{ph}(u, v, \gamma, \delta)$ ; *rechts:* Parametrisierung des Linien-Lichtfeldes durch zwei Größen:  $\alpha$  für den Abstrahlwinkel von der Linie im Punkt  $x$

dichtefunktion  $f_{ph}(u, v, \gamma, \delta)$  von Photonen und wie groß deren Wahrscheinlichkeit an

jedem Punkt der Objektoberfläche ist (bezogen auf den differentiellen Raumwinkel), in eine bestimmte Richtung emittiert zu werden. Multipliziert man  $f_{ph}(u, v, \gamma, \delta)$  mit dem Gesamtlichtstrom, erhält man  $FL$ . Ohne den Gesamtlichtstrom ist die Abstrahlcharakteristik beschrieben:

$$FL = f_{ph}(u, v, \gamma, \delta) \cdot \Phi_{ges}, \quad \iiint_{\delta\gamma vu} f_{ph}(u, v, \gamma, \delta) du \, dv \, d\gamma \, d\delta = 1 \quad (3.5)$$

Die Beschreibung des Flächen-Lichtfeldes durch eine Verteilungswahrscheinlichkeit der Photonen ist elementar für die Simulation von lichttechnischen Systemen mittels Photon-Tracing (siehe Kapitel 3.2.1).

Bei der Betrachtung von Verteilungsfunktionen ist zu klären, wie sich solche Verteilungsfunktionen repräsentieren lassen. Die Verteilungsfunktion vom Flächen-Lichtfeld ist vierdimensional und kann verschiedene Frequenzmuster sowohl im Ort als in der Richtung haben. Eine analytische Beschreibung einer solchen vierdimensionalen Funktion ist bislang nicht bekannt.

In der Praxis der Lichtsimulation wird jedoch das Strahlenmodell verwendet. Das bedeutet, dass Photonen das Lichtfeld repräsentieren, die der Verteilungsfunktion entsprechen. Ein Beispiel dafür ist in Bild 3.6 (rechts) zu sehen. Hier ist als Hüllgeometrie ein Zylinder gewählt worden, der als Basisgeometrie für die Verteilungsfunktion des Flächen-Lichtfeldes dient. Obwohl sich die Oberfläche eines Zylinders sehr leicht mit zwei Parametern beschreiben lässt, werden die Strahlen informationstechnisch im sechsdimensionalen Raum gespeichert. Das bedeutet, dass sowohl der Ort als auch die Richtung mit drei Parametern definiert ist. Für den Ort werden die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Werte im Euklidischen Raum verwendet, und für die Richtung wird der Strahl als Vektor  $\vec{a}$  im 3D-Raum verstanden. Von diesem Vektor werden die Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  als Skalierungsfaktoren der Einheitsvektoren  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  und  $\vec{z}$  bestimmt.

$$Strahl = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{pmatrix}, \quad \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1 \quad (3.6)$$

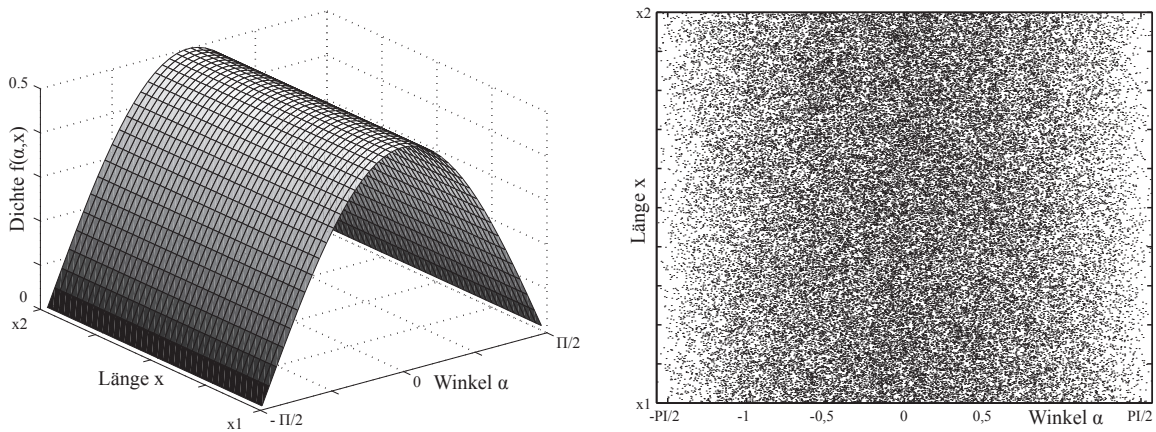
Obwohl für jeden Strahl nach diesem Prinzip sechs Werte abgespeichert werden, handelt es sich nach wie vor um ein vierdimensionales Gebilde, um eine 4-Mannigfaltigkeit. Dies ist ähnlich einem Dreieck im dreidimensionalen Raum. Das Dreieck ist seinerseits immer eine 2-Mannigfaltigkeit, also eine Fläche und niemals ein Körper. Im Falle der Strahlen befindet sich eine 4-Mannigfaltigkeit im sechsdimensionalen Raum. Zwei Dimensionen sind redundant und können rechnerisch eliminiert werden. Dieser Zusammenhang ist für die Dichteschätzung wichtig (siehe Kapitel 3.5.4). Es ist darüber hinaus üblich, die Energie bzw. den Teillichtstrom eines jeden Strahls in absoluter oder relativer Form anzugeben.

### Linien-Lichtfeld:

In den nachfolgenden Kapiteln ist es notwendig, Zusammenhänge der Dichteschätzung zu visualisieren, Eigenschaften des Lichtfeldes zu bewerten und mehrdimensionale räumliche Datenstrukturen zu erläutern. Die Vierdimensionalität des Lichtfeldes bedingt jedoch, dass eine graphische Darstellung in einem zweidimensionalen Diagramm nicht möglich ist. Zu diesem Zweck wird an dieser Stelle, analog zu [Här07b], das Modell des *Linien-Lichtfeldes* eingeführt und definiert.

Das Linien-Lichtfeld ist zweidimensional. Die erste Dimension ist die Position auf einer Geraden im Raum oder auf einer Geraden in der Ebene, bestimmt durch einen Parameter  $x$ . Die zweite Dimension ist der Richtungsparameter  $\alpha$ . Dieser ist entweder als ein in der zweidimensionalen Zeichnungsebene liegender Winkel zu verstehen oder im Raum als rotationssymmetrischer Abstrahlwinkel im Bezug zur orientierungsfreien Normale auf der Linie (siehe Bild 3.11). Das Linien-Lichtfeld ist als Modell zu verstehen, bei dem alle relevanten Eigenschaften des Flächen-Lichtfeldes erhalten bleiben, es existiert in der Natur nicht. Das Linien-Lichtfeld kann als zweidimensionaler Schnitt durch die Oberfläche des Flächen-Lichtfeldes verstanden werden.

In Bild 3.12 (links) ist eine Art Lambert'sche Charakteristik eines Linien-Lichtfeldes abgebildet. Die Verteilung der Photonen ist über die Linie von  $x_1$  bis  $x_2$  gleich und nimmt mit dem Cosinus des Winkels zur Linien-Normale ab. Die rechte Seite von Bild 3.12 zeigt 65000 exemplarische Photonen im Felddiagramm. Jedes Photon hat einen Ort und eine Richtung und kann somit als Punkt im Ort-Richtungs-Diagramm eingezeichnet werden. Für die Photonen des Flächen-Lichtfeldes ist das Äquivalent ein Punkt im vierdimensionalen Diagramm mit zwei Orts- und zwei Richtungsdimensionen.



**Bild 3.12:** *links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eines Linien-Lichtfeldes mit zwischen  $x_1$  und  $x_2$  homogener, jedoch richtungsmäßig Lambert'scher Abstrahlcharakteristik; rechts: Felddiagramm von 65000 generierten Photonen aus demselben Linien-Lichtfeld*

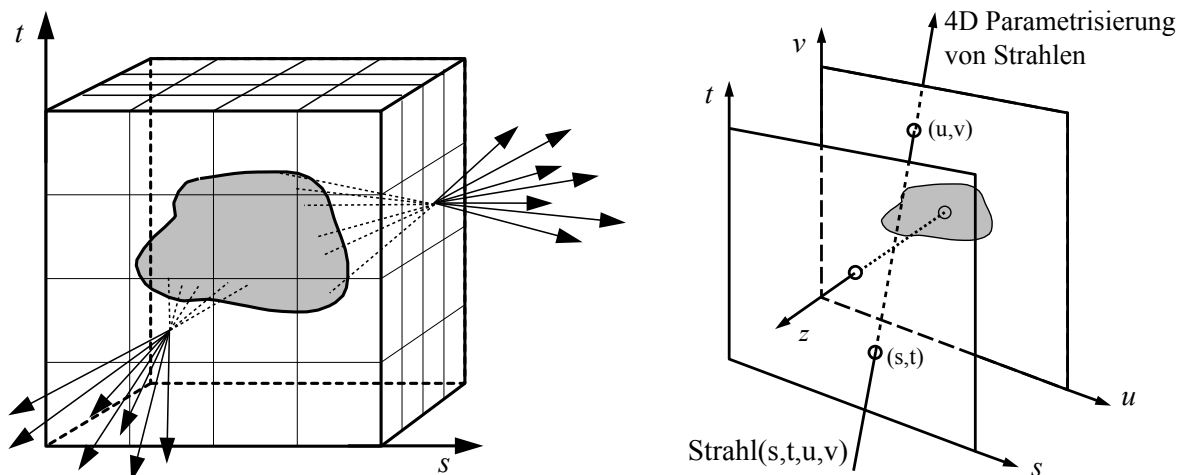
### 3.3.2 Zwei-Ebenen-Parametrisierung des Lichtfeldes

In der Computergrafik gibt es Parametrisierungen des Flächen-Lichtfeldes, einzuordnen in das Themengebiet Bild-Basiertes Rendering (engl.: image based rendering). Hierbei steht weniger die lichttechnische Beschreibung im Vordergrund, vielmehr die visuelle Erscheinung eines virtuellen oder realen Objekts. Hier wird die der Leuchtdichte-Verteilung ähnliche Helligkeitsverteilung (Fotografien/synthetische Abbildungen) repräsentiert.

#### Mögliche Eignung für Darstellung der Nachterscheinung

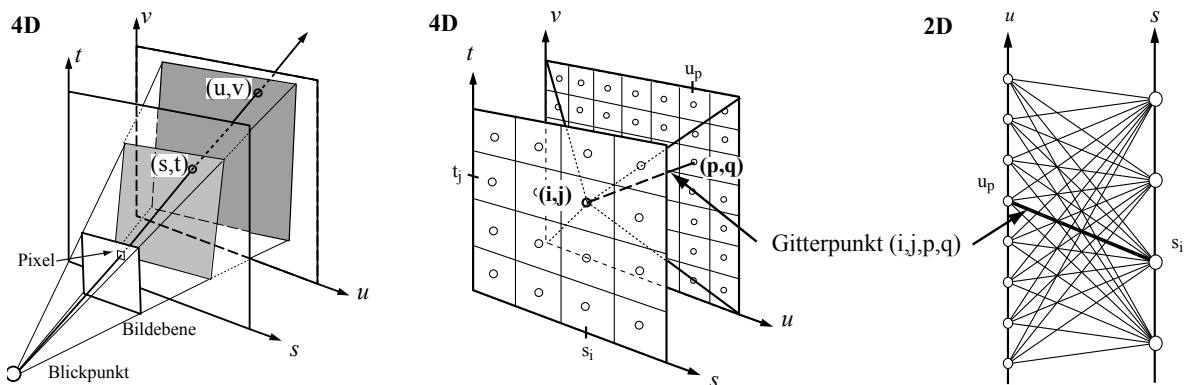
Es ist an dieser Stelle der Nachweis zu führen, inwieweit sich die aus der Literatur beschriebenen Verfahren zur Lichtfeld-Darstellung für die in Kapitel 3.1 definierten Anforderungen verwenden lassen.

Grundlegend sind hierbei die parallel entwickelten Arbeiten von Levoy [Lev96] und Gortler [Gor96]. Beide führen die Zwei-Ebenen-Parametrisierung (engl.: 2 plane parametrization; kurz: 2PP) ein. Hierbei bildet eine Ebene die konvexe Hülle für die Ortsdimensionen und eine zweite parallele Ebene dient zur Parametrisierung der zwei Richtungsdimensionen. In Abbildung 3.13 (links) ist zu sehen, dass auf Grund der Konstanz der Leuchtdichte bei der angenommenen strahlförmigen Ausbreitung die Leuchtdichte-Verteilung auf eine Hüllgeometrie (s-t-Ebene) übertragen wird. Die Verteilung, hier dargestellt an einigen repräsentativen Strahlen, kann durch die zweite Ebene (u-v-Ebene) in der Richtung parametrisiert werden. Diese Parametrisierung ist in Abbildung 3.13 (rechts) zu sehen. Jedem Strahl kann hier ein eindeutiges Wertepaar von  $s$ ,  $t$ ,  $v$  und  $u$  zugeordnet werden. Es findet also eine Koordinatentransformation von  $f(u, v, \gamma, \delta) \Rightarrow f(s, t, v, u)$



**Bild 3.13:** *links: einhüllende Fläche als Relokalisierung der Objektleuchtdichte; rechts: Zwei-Ebenen-Parametrisierung von exemplarischen Strahlen der Leuchtdichte-Verteilung; vgl. [Gor96]*





**Bild 3.14:** *links:* Bildsynthese durch Strahlverfolgung durch Bild-,  $s$ - $t$ - und  $u$ - $v$ -Ebene von beliebigem Blickpunkt; *Mitte:* Diskretisierung der  $s$ - $t$ - und  $u$ - $v$ -Ebene; *rechts:* Schnitt durch Ebenenpaar und Kennzeichnung der  $s$ - $t$ - u.  $u$ - $v$ -Kombinationen; vgl. [Gor96]

statt. Jeweils die  $s$ - $t$ -Ebene und die  $u$ - $v$ -Ebene werden wie ein Pixelbild diskretisiert (siehe Abbildung 3.14, Mitte). Diese Werte werden in Bildern gespeichert. Wenn beispielsweise die Diskretisierung der  $s$ - $t$ -Ebene  $128 * 128$  und die der  $u$ - $v$ -Ebene  $512 * 512$  wäre, müssten 4.2 Mrd. Werte bestimmt und abgespeichert werden. Das Datenaufkommen wäre dann sehr groß.

Ziel dieser Parametrisierung ist es, sehr einfach für jede mögliche Blickrichtung auf ein Objekt die entsprechenden Leuchtdichten bzw. Pixelhelligkeiten zu bestimmen. Um das zu erreichen, wird ausgehend von einem Blickpunkt durch ein Pixel der Bildebene ein gedachter Strahl verfolgt, der beide Ebenen schneidet (siehe Abbildung 3.14, links). Jeder dieser Strahlen trifft zwischen einer Vielzahl von Paaren von Diskretisierungspunkten der  $s$ - $t$ - und  $u$ - $v$ -Ebene. Mit Hilfe geeigneter Interpolationsverfahren kann dann für diesen Strahl aus den benachbarten Diskretisierungspunkten sehr effizient die Pixelhelligkeit bestimmt werden. Über sechs Ebenenpaare, in Form eines Quaders, können somit alle möglichen Richtungen abgebildet werden.

### Bewertung:

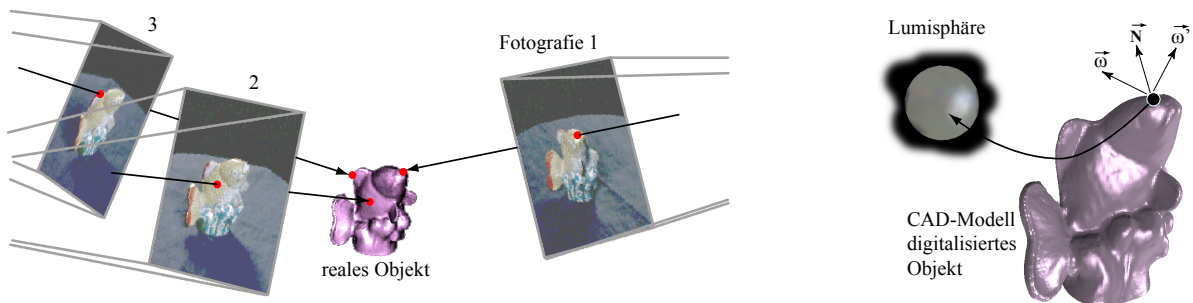
Möchte man dieses Verfahren anwenden, müssen als Grundlage Leuchtdichtebilder aus der Richtung eines jeden Pixels der  $s$ - $t$ -Ebene in Richtung der  $u$ - $v$ -Ebene erstellt werden. Dies ist zwar ein Preprocessing-Schritt und hat keinen Einfluss auf die Berechenzeit für das Resampling der Leuchtdichte, löst jedoch das Problem der Leuchtdichteberechnung nicht.

Wäre das Problem der effizienten Erstellung der Leuchtdichteberechnung gelöst, bliebe noch die Anforderung aus Kapitel 3.1, dass die Speicherverwendung skalierbar und die Darstellung unabhängig von der Auflösung sein soll. Trotz Komprimierung [Lev96] sind die Datenmengen bei den geforderten Auflösungen sehr groß und nicht unabhängig

von dem Bereich der möglichen Betrachterpositionen. Darüber hinaus ist das Verfahren mit einem Tiefenfehler versehen und benötigt aufwendige quadralineare Interpolation in  $u, v, s$  und  $t$ . Für die bildbasierte Darstellung von statisch beleuchteten realen Szenen ist dieses Verfahren in Betracht zu ziehen, für die Darstellung von Leuchten aus simulierten Lichtfeldern jedoch nicht.

### 3.3.3 Oberflächen-Lichtfeld-Verfahren

Eine Erweiterung der 2PP-Parametrisierung des Lichtfeldes ist das Oberflächen-Lichtfeld-Verfahren (engl.: surface lightfield) von Wood [Woo00]. Hier werden bildbasiert die Leuchtdichte-Information bzw. Helligkeitswerte aus Fotografien von der Oberfläche eines realen Objekts auf die Oberflächen von gescannten 3D-Daten desselben Objekts übertragen (siehe Bild 3.15, links). Aus den vielen Fotografien wird für jeweils den gleichen Oberflächenpunkt  $x$  die Bildinformation punktwise und richtungsabhängig gespeichert. Eine solche punktwise und richtungsabhängige Struktur für die Speicherung bezeichnet Wood als *Lumisphäre* (siehe Bild 3.15, rechts). Für die Identifizierung der Oberfläche werden Punkte auf dem Datennetz des Objekts verwendet, und die Richtung wird bezüglich einem nahezu äquidistanten Muster aus einem unterteilten Oktaeder erzeugt. Bei der Berechnung wird ein Sample-Strahl, ähnlich wie bei der 2PP-Repräsentation, auf das Objekt gesandt und an der Schnittstelle die Leuchtdichte (hier Pixelhelligkeit) durch Interpolation bestimmt.



**Bild 3.15:** *links:* Fotografien für das Verfahren von Wood und Übertragung der Bildpunkte auf korrespondierende Punkte auf gescanntem 3D-Objekt; *rechts:* Zusammenfassen der Helligkeitsinformation eines Objektpunktes für alle möglichen Richtungen in einer Lumisphäre; vgl. [Woo00]

#### **Bewertung:**

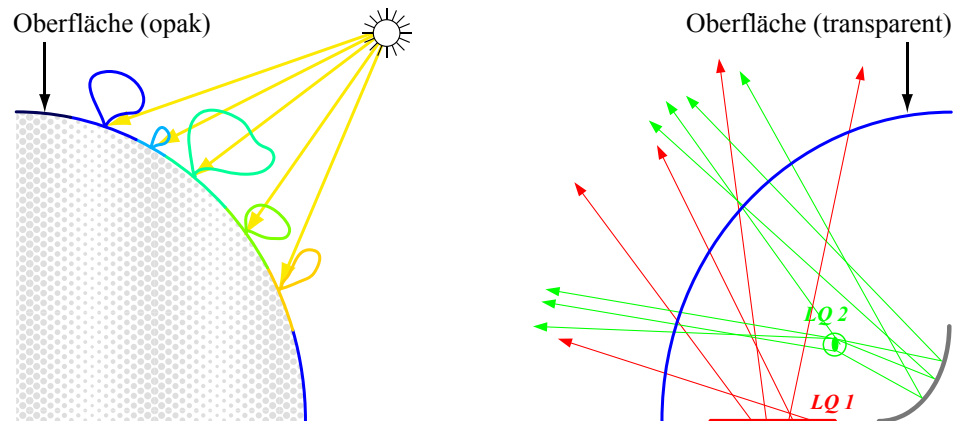
Das Verfahren von Wood ist entwickelt worden, um statisch beleuchtete Objekte mit Hilfe von Fotografien und einem 3D-Scan in eine virtuelle, aus beliebigen Richtungen frei betrachtbare Repräsentation zu überführen. Wood beschreibt über Lumisphären auf speziellen Oberflächenpunkten das Flächen-Lichtfeld.

- Das Verfahren ist für opake Objekte entwickelt, könnte aber für selbst leuchtende transparente Objekte weiterentwickelt werden.
- Das Verfahren ist für geringe Richtungsfrequenzen und sich langsam ändernde Ortseigenschaften entwickelt worden. Es ist zu klären, inwieweit sich die Methode für hohe Frequenzen im Orts- und Richtungsbereich verbessern ließe.

#### **3.3.4 Zusammenfassung - Methoden der Computergrafik**

In der Disziplin der Computergrafik wird der Begriff Lichtfeld verwendet, jedoch nicht standardisiert und zum Teil irreführend. Für diese Arbeit wurde daher die notwendige Definition und Differenzierung zwischen Raum-, Flächen- und Linien-Lichtfeld vorgenommen. In der Computergrafik ist die Repräsentation des Flächen-Lichtfelds durch simulierte Photonen explizit nicht bekannt. Es wird dort immer von Leuchtdichteverteilungskörpern ausgegangen. So basieren auch die bekannten Verfahren der Computergrafik auf bereits vorliegenden Leuchtdichtebildern (ggf. auch nur qualitative Tristimulus-Verteilungen (RGB)). An sich sind Verfahren wie die Lichtfeldparametrisierung durch zwei Ebenen und die oberflächenbasierte Parametrisierung nicht für die Repräsentation von simulierten Lichtfeldern geeignet. Die Methode 1 aus Kapitel 3 entlehnt jedoch einige Fragmente der Oberflächen-Lichtfeld-Methode von Wood.

Für die Repräsentation von rein im Nahfeld gemessenen Lichtfeldern nach Riemann [Rie84] könnten die Lichtfeld-Repräsentationen aus der Computergrafik jedoch gut geeignet sein (siehe Kapitel 5).



**Bild 3.16:** *links:* Prinzip des Wood'schen Ansatzes, die reflektierte Leuchtdichte zu speichern; *rechts:* neues Prinzip des transmittierenden Lichtfeldes

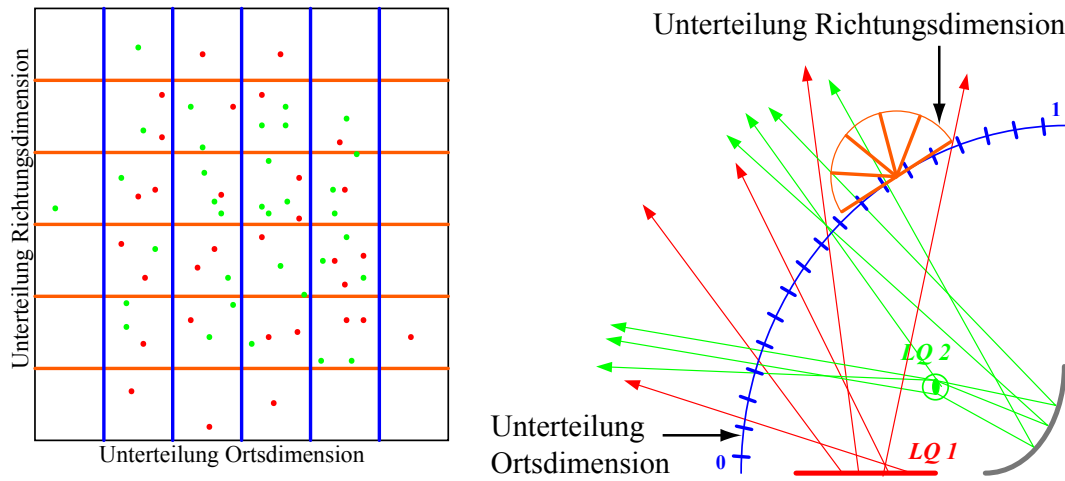
## 3.4 Methode 1: Vollhistogramm für Lichtfeld-Rekonstruktion

Die erste in dieser Arbeit neu entwickelte Methode ist angelehnt an das Oberflächen-Lichtfeld von Wood [Woo00] und für die Leuchtdichteberechnung vorgeschlagen. Die Methode wird als Vollhistogramm bezeichnet und soll alle in Kapitel 3.1 definierten Anforderungen erfüllen. Der Fokus liegt auf der vollständigen Trennung zwischen Berechnung der Simulation und der Darstellung.

### 3.4.1 Grundprinzip - Vollhistogramm

Die Methode 1, das Vollhistogramm, ist angelehnt an das Verfahren von Wood. Es handelt sich, ähnlich zu Wood, um eine oberflächenbezogene Speicherung von Leuchtdichten in Lumisphären. Unterschiedlich ist hingegen, dass sowohl die Orts- als auch die Richtungsfrequenzen des Vollhistogramms sehr groß im Vergleich zu den Frequenzen des Verfahrens von Wood sind. In Bild 3.16 sind beide Ansätze schematisch dargestellt. Bei dem Wood'schen Verfahren wird das an der Oberfläche reflektierte Flächen-Lichtfeld beschrieben, beim Vollhistogramm für die Leuchtenvisualisierung wird hingegen das transmittierte Flächen-Lichtfeld repräsentiert.

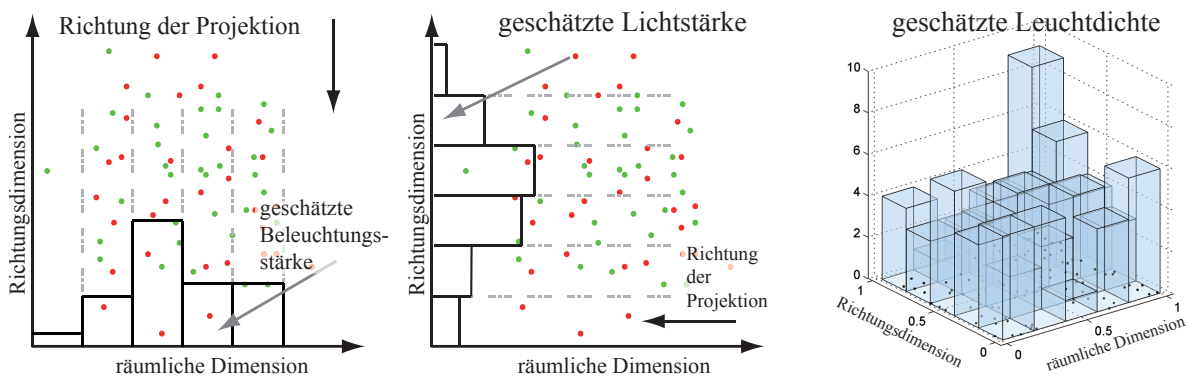
Die bei der Simulation durch die Oberfläche der Leuchte tretenden Photonen werden beim Vollhistogramm am Austrittspunkt gespeichert und anschließend klassifiziert. Die Klassifizierung bedeutet die Zuordnung eines jeden Photons zu definiert einem Bin des vierdimensionalen Histogramms. Jedes Bin besteht aus zwei Orts- und zwei Richtungsdimensionen. Bild 3.17 zeigt die Diskretisierung am Schnitt, am Linien-Lichtfeld. Hier



**Bild 3.17:** *links:* Samples des Linien-Lichtfeldes im Ort-Richtungs-Raum durch Diskretisierung unterteilt; *rechts:* Diskretisierung der Orts- und der Richtungsdimension

wird sowohl die Richtungs- als auch die Ortsdimension in gleich große Bereiche geteilt und jeweils die Rekombination ergibt die Bins des Histogramms.

Um ein Lichtstärke-Äquivalent eines solchen Linien-Lichtfeldes zu erhalten, wird das Linien-Lichtfeld in Richtung der Ortsdimension in die Richtungsdimension projiziert (vgl. Bild 3.18, Mitte). Für die Bestimmung der Leuchtdichte bedeutet dies jedoch, dass keine Projektion und somit ein 4D-Histogramm gebildet werden muss (vgl. Bild 3.18, rechts). Das Vollhistogramm ist dadurch gekennzeichnet, dass der komplette Raum der Ortsdimension und der komplette Raum der Richtungsdimension für die Dichteschätzung segmentiert werden, jedes Photon kann eindeutig einem Bin zugeteilt werden. Entsprechend Gleichung (2.12) wird durch die Summe der relativen Lichtströme jedes Pho-



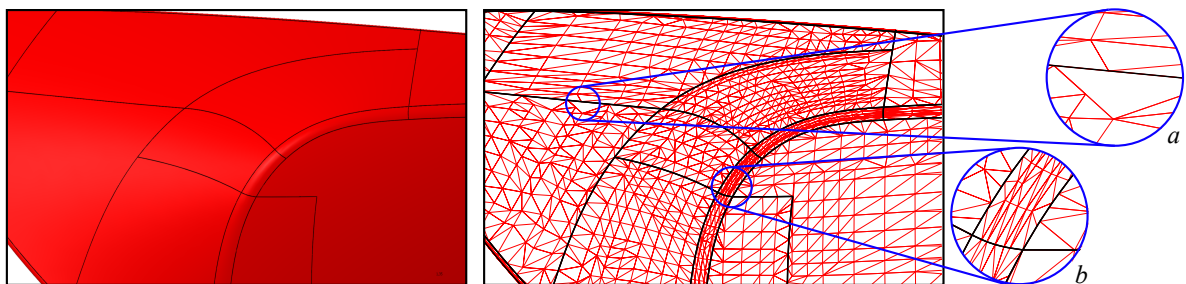
**Bild 3.18:** *Projektion des Linien-Lichtfeldes für Äquivalent von Beleuchtungsstärke (links) und Lichtstärke (Mitte); rechts:* Bivariates Histogramm für Leuchtdichte (vgl. Bild 2.2)

tons (genau: Auftretswahrscheinlichkeit des Photons  $\cdot \Phi_{ges.}$ ) und der Größe des Bins die Leuchtdichte für jedes Bin geschätzt (vgl. Kapitel 2.5.3).

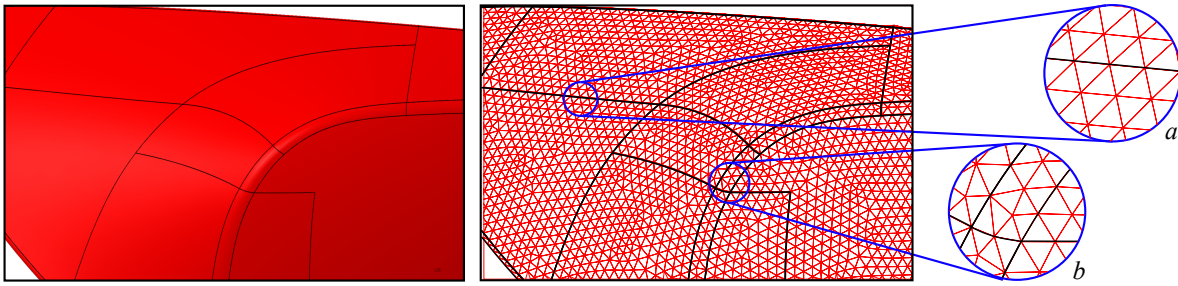
### 3.4.2 Unterteilung der Ortsdimensionen

Um das Vollhistogramm bilden zu können, muss eine geeignete Methode gefunden werden, um die Oberfläche und somit die Ortsdimension zu unterteilen. Diese Unterteilung bildet zwei Dimensionen der vierdimensionalen Bins des Vollhistogramms. Für diese Unterteilung ist die Methode der linearen Oberflächenapproximation des Photon-Tracings nicht geeignet. Beim Photon-Tracing ist die Form und Anordnung der Dreiecke, welche die Oberfläche approximieren, nicht relevant. Im Vordergrund steht die Minimierung des geometrischen Abstands von der Originalfläche zur linearen Approximation. Es handelt sich also um eine Unterteilung proportional zur Krümmung, d.h. je stärker gekrümmt die Oberfläche ist, desto kleiner müssen die Dreiecke sein, um eine ähnlich exakte Approximation der Originalfläche zu erhalten, wie bei geringer Krümmung. Hierbei sind die in Kapitel 3.2.2 aufgezeigten Kriterien für eine optimierte Reflexionsberechnung angewandt. Dies führt zu in Bild 3.19 dargestellten Problemen. Die Gesamtheit der Dreiecke auf der Oberfläche soll nach der Dichteschätzung als richtungsabhängige leuchtende Fläche in Form einer Pixelschar die Erscheinung der Leuchte widerspiegeln. Hierfür sind unregelmäßige Dreiecksstrukturen wie in Bild 3.19 nicht geeignet.

Als Optimierung wird hier die Bildung von aus dem FEM-Bereich (engl.: finite elemente methode; kurz: FEM) bekannten, unstrukturierten Gittern verwendet (siehe [Mil03]). Hierbei wird, ausgehend von einer äquidistanten Unterteilung der Randkurven, eine möglichst gleichmäßige Struktur zum Zentrum der Fläche hin erzeugt. Ziel ist es hierbei, gleichseitige Dreiecke zu generieren, deren Eckpunkte jeweils aufeinanderliegen. Somit lässt sich eine aus gleich großen, jedoch nicht regelmäßigen



**Bild 3.19:** *links:* Oberfläche einer Lichtscheibe, die als Histogramm dienen soll; *rechts:* für Photon-Tracing erzeugte lineare Approximation mit inkonsistenten Übergängen (a) und sehr unterschiedlich großen Zellen (b)



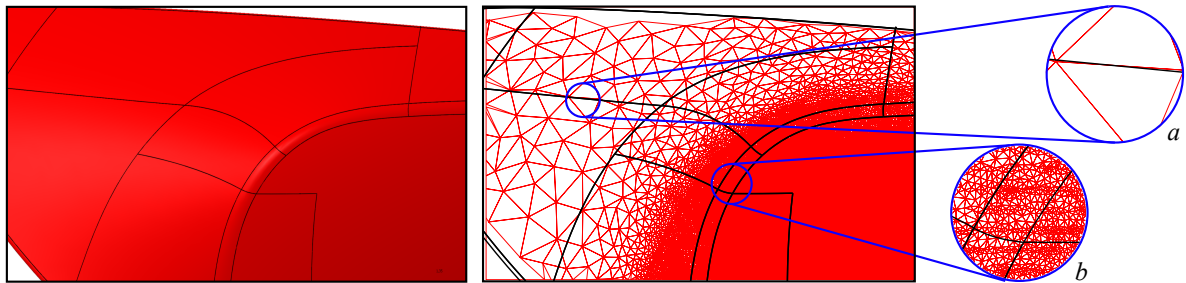
**Bild 3.20:** *links:* Oberfläche einer Lichtscheibe, die als Histogramm dienen soll; *rechts:* für Photon-Tracing erzeugte lineare Approximation als unstrukturiertes Gitter; (a) und (b) sind gleichmäßig im Vergleich zu Bild 3.19

Pixeln bestehende Histogrammfläche erzeugen. Eine regelmäßige Struktur erzeugt Moiré-Strukturen durch Schwebungsstrukturen bei der Abtastung der Oberfläche. Ein Beispiel für eine gleichmäßig unstrukturierte, jedoch nicht regelmäßige Unterteilung ist in Bild 3.20 abgebildet. Hier ist die Dreiecksdichte nicht proportional zur Oberflächenkrümmung, wie in Bild 3.19, sondern konstant über die ganze Fläche. Diese zwei Varianten, die krümmungsadaptive und die unstrukturierte Dreieckserzeugung aus Bild 3.19 und 3.20, sind als Histogrammunterteilungen für die Dimensionen des Ortes nicht geeignet. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass die krümmungsadaptive Diskretisierung verzerrte Strukturen und stark unterschiedlich große Unterteilungen erzeugt. Dies führt zu Artefakten in der mit Hilfe der Dreiecksstruktur geschätzten Dichte, die störend für die Bewertung sind. Die konstante und unstrukturierte Dreiecksverteilung ist im Vergleich besser geeignet. Es werden keine spitzen oder sehr kleinen Dreiecke generiert. Ebenfalls ist die Größe der Dreiecke indirekt über die Unterteilungsweite der Randkurven einstellbar. Da die Dreiecke jedoch selbst als leuchtende Pixel verwendet werden, dürfen nach dem Nyquist-Shannon Abtasttheorem die Pixel maximal halb so groß wie die kleinste darstellbare Struktur der Leuchtdichteverteilung sein. D.h. die über die Pixeldichte beschriebene Abtastfrequenz muss mindestens doppelt so groß sein, wie die maximale Ortsfrequenz der Leuchtdichteverteilung. Angenommen, es würden somit gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge von  $1\text{ mm}$  vorgesehen, bedeutet dies, dass bei der in Bild 3.19 und 3.20 verwendeten Außenlichtscheibe mit einer Oberfläche von ca.  $1010\text{ cm}^2$  ungefähr 235000 Dreiecke benötigt werden. Diese große Anzahl gewährleistet das Nyquist-Shannon Theorem, beachtet jedoch bei flächengleichen quadratischen Pixeln eine minimal darstellbare Strukturgröße von ca.  $1.6\text{ mm}$ . Die Struktur der Leuchtdichteverteilung ist bei der Beispielleuchte aus den Bildern jedoch kleiner, denn viele kleine Optiken auf der Zwischenlichtscheibe zeichnen ein filigranes Bild. Hierfür müsste die Dichte der Dreiecke jedoch weiter vergrößert werden, was den Rechenaufwand und den Speicherbedarf signifikant erhöhen würde (siehe Kapitel 3.4.7). Diese hohe Dichte führt andererseits zu starkem Rauschen in Bereichen geringer Photonendichte. Um die Nachteile der beiden Unterteilungsverfahren zu umgehen, ist in dieser Arbeit eine eigene, adaptive Methode entwickelt worden.



### 3.4.3 Adaptive Unterteilung der Ortsdimensionen

Grundidee der adaptiven Oberflächenunterteilung ist, die Oberfläche an Stellen hoher Ortsfrequenz des Leuchtdichtebildes fein und an Stellen niedriger Ortsfrequenzen grob zu unterteilen. Für diesen Ansatz wird die Annahme getroffen, dass die Frequenzen des Leuchtdichtebildes potentiell dort groß sind, wo die Dichte der Photonenstartpunkte und somit die Beleuchtungsstärke hoch ist. Des Weiteren wird die Varianz der Photonenstartpunktdichte mit in den Algorithmus einbezogen. Es handelt sich um ein zweistufiges Verfahren, bei dem in einem ersten Dichteschätzungsschritt (engl.: pilot estimator) grob die Dichte geschätzt wird, um daran das adaptive Histogramm zu bilden. Als elementarer Algorithmus findet hier die Methode *Vektor-Quantisierung* [Ger91] Verwendung. Bei



**Bild 3.21:** *links:* Oberfläche einer Lichtscheibe, die als Histogramm dienen soll; *rechts:* aus Photonen mittels Vektor-Quantisierung erzeugtes Gitter, proportional zu Beleuchtungsstärke und Varianz der Photonen; (a) und (b) sind entsprechend der Dichte unterschiedlich fein

der Vektor-Quantisierung wird eine Menge  $q$  von Eingabevektoren  $X_i = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$  (hier: Photonenstartpunkte) zu einer Anzahl  $m$  Prototypen zusammengefasst und somit quantisiert. Mit der Funktion  $q(x_i) \rightarrow k_i$  wird jedem Eingabevektor  $x_i$  ein Index  $k_i$  des Prototypen zugewiesen, der den geringsten Abstand zum Eingabevektor hat. Alle Prototypen werden so gewählt, dass die Summe aller Abstände zu den jeweiligen Prototypen minimiert ist. Somit generiert die Vektor-Quantisierung aus den Eingabevektoren  $X_i$  eine bestimmte Menge von Prototypen  $\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ , die als Codebuch bezeichnet wird. Das Codebuch entspricht hier den Eckpunkten des Basis-Netzes, was Grundlage für die Unterteilung der Ortsdimension ist, siehe Bild 3.21. Die Erstellung der Dreiecksstruktur wird nach der Vektorquantisierung durch die Methode der Delaunay-Triangulation ermöglicht (siehe [dB08]).

Eine Erweiterung auch dieser Variante ist die Verbesserung der Form der Unterteilung. Als Bin-Form werden für die weitere Optimierung die Voronoi-Regionen um die Eckpunkte der Dreiecke verwendet (dafür siehe Kapitel 3.4.5).

Die adaptive Unterteilung der Ortsdimension ist die erste Variante, ein nicht äquidistantes Histogramm aufzubauen. Ziel ist dabei, das Rauschen über Bereiche unterschiedlicher Photonendichte nahezu konstant zu halten, den Speicherbedarf optimal zu nutzen und



die darstellbare Strukturgröße der aus den Strukturen der Leuchte vermuteten Struktur anzupassen. Ein jedes Dreieck muss für die Dichteschätzung der Leuchtdichte eine Diskretisierung der Richtungen erfahren. Diese Diskretisierung repräsentiert die Schätzung des Leuchtdichteverteilungskörpers eines jeden einzelnen Dreiecks.

#### 3.4.4 Unterteilung der Richtungsdimensionen - lokale LVK

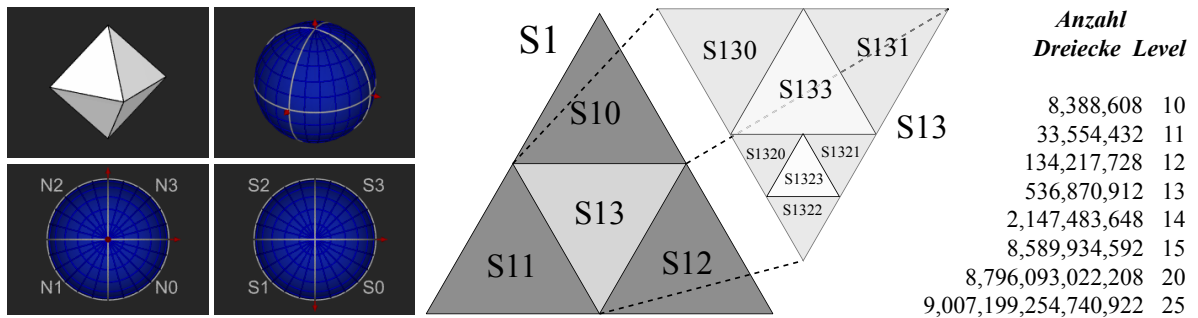
In Kapitel 2.5.2 wird die winkelgleiche Segmentierung der Kugeloberfläche nach Mercator als Unterteilung der Richtungsdimension vorgestellt. Dabei wird ausgehend von den räumlichen Polarkoordinaten, den Kugelkoordinaten, die Vollsphäre in Teilbereiche unterteilt. Diese Teilbereiche finden als Bins des Histogramms für die Schätzung der Lichtstärkeverteilung Verwendung. Für das Vollhistogramm ist für jedes Dreieck der Ortsdimension statt der Lichtstärke- die Leuchtdichteverteilung relevant. Sie unterscheidet sich von der Lichtstärkeverteilung in der Weise, dass jeder Lichtstärkewert durch die projizierte Fläche des Dreiecks dividiert wird.

Für die Segmentierung der Richtungsdimension für das Vollhistogramm sind folgende Anforderungen in dieser Arbeit definiert worden:

- einfache Berechnung ohne trigonometrische Funktionen
- identische Binsgrößen für alle möglichen Richtungen
- gleiche Unterteilung der Richtungsdimension für alle Dreiecke (globale Koordinaten)
- minimierte Datenmenge für Speicherung der Information

Gemessen an diesen Anforderungen ist die winkelgleiche Segmentierung für das Vollhistogramm nicht geeignet, da hierfür die Transformation in Kugelkoordinaten nötig wäre. Zudem existieren zwei Pole, in deren unmittelbarer Umgebung der Raumwinkel der Bins gegen 0 konvergiert (siehe Kapitel 2.5.2). Um den störenden Einfluss der Pole zu verhindern, müssten die Pole in der Dreiecksebene platziert werden. Da jedoch jedes Dreieck der Ortsunterteilung eine andere Orientierung besitzt, müsste für jedes Dreieck ein eigenes lokales Richtungskoordinatensystem gespeichert werden. Da diese Anforderungen nicht erfüllt sind, wird in dieser Arbeit ein neues Richtungshistogramm entwickelt, das in dieser Form noch nicht verwendet wurde.

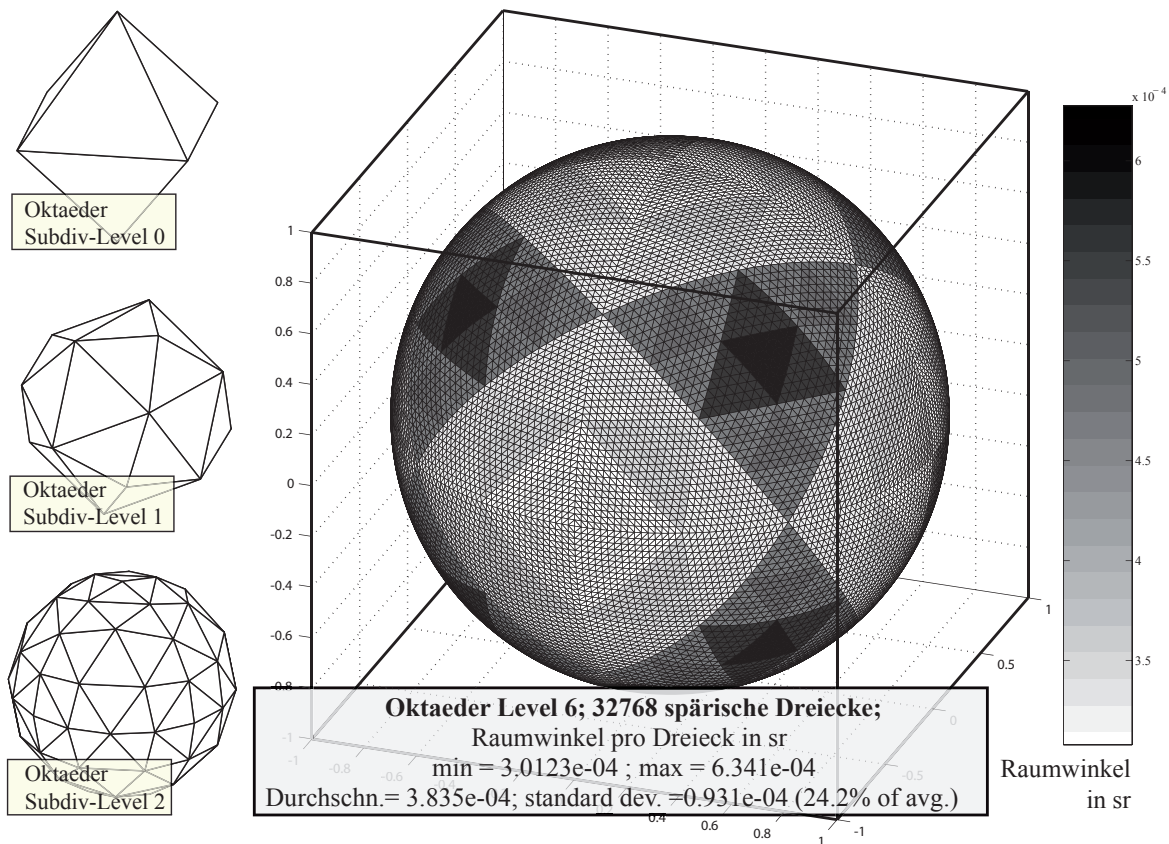
Das neue Verfahren für die Richtungsdimension basiert auf den *Platonischen Körpern*. Platonische Körper sind regelmäßige konvexe Polyeder, die sich dadurch auszeichnen, dass ihre Seitenflächen zueinander kongruente regelmäßige Vielecke sind. Es gibt fünf Platonische Körper: Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Ikosaeder und Dodekaeder. Aus diesen Körpern können durch Projektion auf die Kugeloberfläche und anschließende rekursive Unterteilung der Kugelsegmente als *Geodätische Kuppeln* bezeichnete Strukturen erzeugt werden. In Bild 3.22 (links) ist am Beispiel des Oktaeders die Unterteilung der



**Bild 3.22:** *links:* Projektion eines Oktaeders auf die Kugel und Segmentierung in 8 sphärische Dreiecke; *Mitte:* Rekursive Unterteilung jedes Dreiecks in 4 Teildreiecke mit Namensgebung; *rechts:* Anzahl der Dreiecke pro Unterteilungslevel

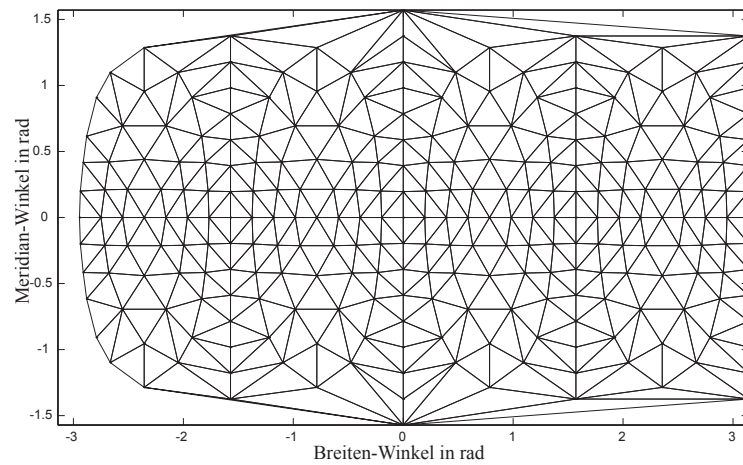
Kugel in eine Nord- und Süd-Halbkugel und in die jeweils vier sphärischen Dreiecke  $N0, \dots, N3$  und  $S0, \dots, S3$  aufgezeigt. Jedes dieser sphärischen Dreiecke wird rekursiv nach dem Schema aus Bild 3.22 (Mitte) unterteilt und bekommt seine entsprechend der Entstehungsgeschichte entstandene Bezeichnung. Wird die Unterteilung der sphärischen Dreiecke vorgenommen, bleibt der Raumwinkel der Dreiecke nicht gleich groß. Gleich große Elemente sind nur bei den Platonischen Körpern selbst möglich. In Bild 3.23 ist ein sechsfach rekursiv unterteilter Oktaeder dargestellt. Es ist zu erkennen, dass abhängig von dem Teildreieck der Unterteilung (Außen- oder Mitteldreieck) der Raumwinkel variiert. Es handelt sich um eine Diskretisierung der Kugel ohne Pole; Singularitäten sind nicht vorhanden. Bild 3.24 zeigt die entsprechende winkelgleiche Abwicklung eines auf diesem Wege generierten Histogramms am Beispiel eines dreifach unterteilten Oktaeders. Die stark verzerrten Dreiecksstrukturen zu den Polen hin zeigt indirekt die starke Verzerrung der Unterteilung nach Mercator, da die Dreiecksstrukturen in der dreidimensionalen Darstellung fast gleich groß sind. Bei dem Vergleich der winkelgetreuen Unterteilung mit der auf Platonischen Körpern basierenden ist aufgefallen, dass die Verzerrung einen doppelten Einfluss hat. In Bild 3.25 sind drei sich überlagernde Lichtstärkeverteilungen abgebildet, eine rotationssymmetrische (1) und zwei identische, jeweils stark anisotrope, um  $85^\circ$  verdrehte Lichtverteilungen (2 und 3). Auf der linken Seite von Bild 3.25 ist das Histogramm von ca. 1 Mio. Photonen mit winkelgleicher Unterteilung zu erkennen, wobei sehr schwer zu erkennen ist, dass die Verteilung 2 und 3 identisch ist. Außerdem ist durch die Polnähe der Verteilung 2 ein starkes Rauschen zu erkennen, das dazu führt, dass das Maximum der Lichtstärke von Verteilung 2 höher erscheint als von Verteilung 3. In der Mitte von Bild 3.25 ist die Dichteschätzung derselben Photonen mit einem siebenfach unterteilten Ikosaeder durchgeführt. Hier ist die Form und die Lichtstärke richtig zu erkennen. In das winkelgleiche Histogramm kann sehr leicht eingezählt werden, indem die Richtung in Kugelkoordinaten umgerechnet wird, um im Anschluss den Meridian- und Breiten-Winkel durch Rundung in das Histogramm einzuzählen.

Das Einzählen in das neuartige Histogramm ist komplexer. Für diese Arbeit wurde ein anschaulicher Algorithmus entwickelt, der geometrisch die Historie des bestimmten Bin-



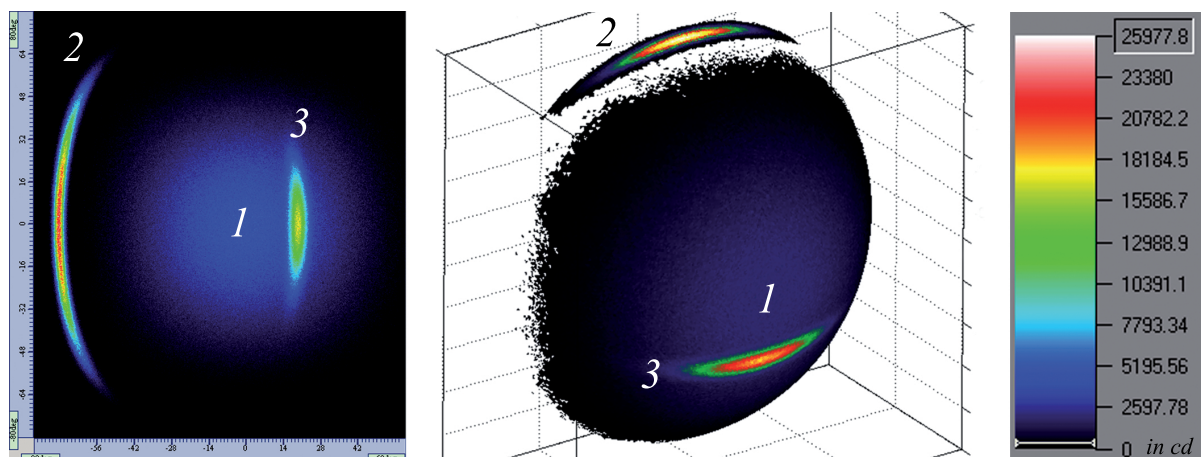
**Bild 3.23:** *links: Oktaeder und ein- bzw. zweimalige rekursive Unterteilung; rechts: Raumwinkeldarstellung des Oktaeders mit sechsfacher rekursiver Unterteilung der Teilflächen*

Dreiecks in eine Adresse umwandelt. Für den Oktaeder bedeutet eine Unterteilung der Stufe  $k$ , dass  $2 \cdot (4^k)$  Dreiecke mit eindeutiger Adresse generiert werden. Bei jedem Dreieck kann mit 1 Bit die obere oder untere Hemisphäre identifiziert und mit jeweils 2 Bit das Subdreieck eindeutig identifiziert werden. Die Länge der Adresse ergibt sich zu  $1 + (2 \cdot k)$  Bit. Mit einer 32Bit Zahl können somit  $2 \cdot (4^{15}) = 2,1475 \cdot 10^9$  Dreiecke adressiert werden. Die Richtung eines jeden Photons erhält somit nicht zwei Werte wie bei herkömmlichen Histogrammen, sondern nur eine Adresse. In Anhang A.4 ist der Pseudo-Quellcode dieses Algorithmus abgebildet. Dieser Algorithmus hat die Eigenschaften, dass er bei der Berechnung wenig Speicher benötigt und abhängig von der Unterteilungstiefe in linearer Zeit berechenbar ist. In Bild 3.26 ist eine damit berechnete Adresse eines Richtungs-dreiecks und deren Struktur skizziert. Praktisch umgesetzt wurde noch ein alternativer Ansatz mit einem Vorverarbeitungsschritt (engl.: preprocessing). In diesem Schritt wird die komplette Sphäre der gewünschten Verfeinerungsstufe komplett mit allen Dreiecken berechnet. Anschließend wird eine räumliche Suchstruktur der Punkte aufgebaut, die eine sehr schnelle Suche nach einem nächsten Nachbarn zulässt. Jede Photonenrichtung

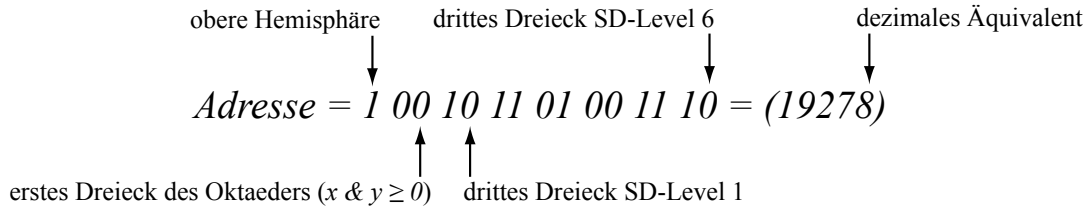


**Bild 3.24:** Winkelgetreue Darstellung in Kugelkoordinaten (nach Mercator) eines dreifach Unterteilten Oktaeders; Vgl. Bild 3.17 (links)

entspricht einem Punkt auf der Einheitskugel, und es wird der nächste Eckpunkt eines Dreiecks mit Hilfe der Suchstruktur ermittelt. Jeder Eckpunkt ist maximal Bestandteil von sechs Dreiecken, die dann iterativ auf Schnitt mit der Richtung untersucht werden. Dieser Ansatz kann mit logarithmischer Zeit zur Anzahl der Dreieckspunkte berechnet werden, wobei jedoch die Daten aller Dreiecke zur Laufzeit im Speicher zu halten sind. Mehr Informationen zu den Suchstrukturen sind in Kapitel 3.5.8 und bei Samet [Sam89] zu finden.



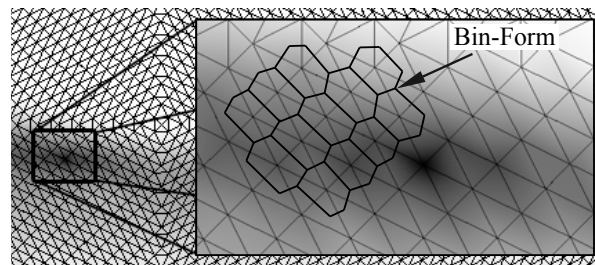
**Bild 3.25:** *links:* winkelgleiches Histogramm für Lichtstärkeschätzung von einer isotropen (1) und zwei um  $85^\circ$  gedrehten anisotropen Lichtemittern (insg. ca. 1 Mio. Photonen); *Mitte:* Histogramm der gleichen Photonen mittels siebenfach rekursiv unterteiltem Ikosaeder (nur Dreiecke mit  $I \geq 1000$  cd dargestellt); *rechts:* gemeinsame Skala



**Bild 3.26:** Struktur der Adress-Bildung für jedes Dreieck am Beispiel des Oktaeders sechsfach unterteilt (SD-Level 6)

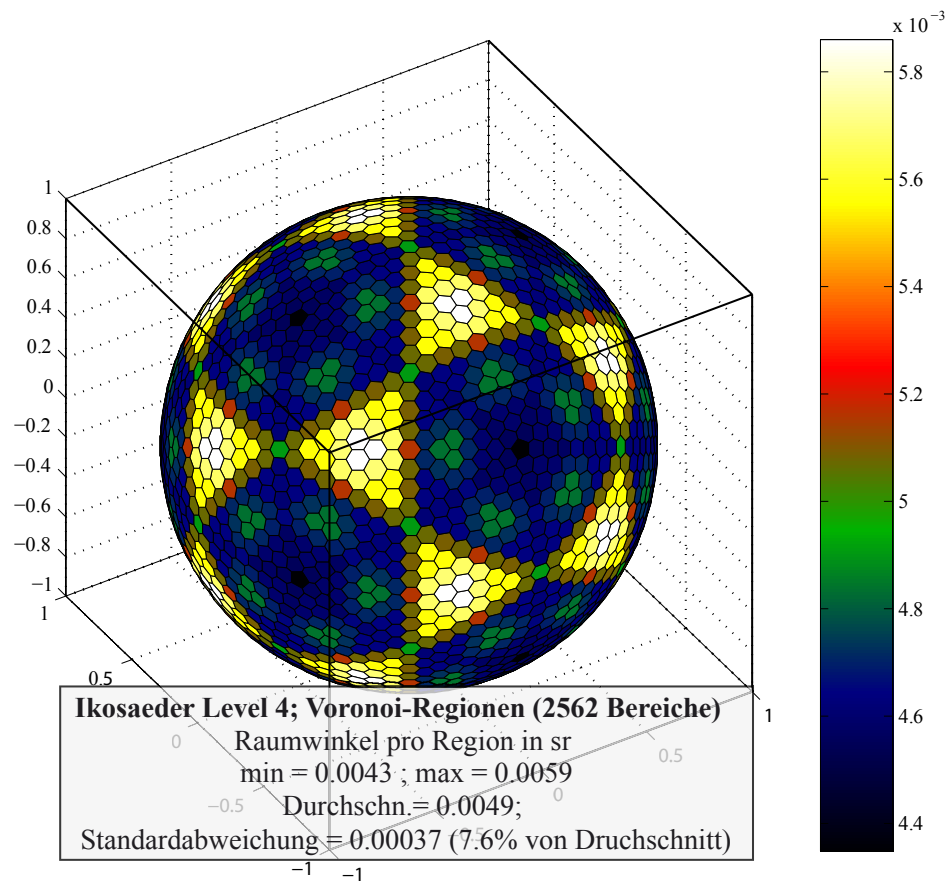
### 3.4.5 Frequenz-Polygon und Voronoi-Bin für LVK

Im digitalen Zeitalter hat sich die menschliche Wahrnehmung bereits auf viereckige Artefakte und entsprechende Unstetigkeiten eingestellt. Bei der vorliegenden Richtungsbeschreibung wird jedoch die dreieckige Struktur stark sichtbar, als störend empfunden und als ungenau eingeschätzt. Daher müsste eine solche Struktur sehr stark verfeinert werden, um einen glatten Verlauf wahrzunehmen, was wiederum das Rauschen verstärken würde. Um den Unstetigkeiten dieses Histogramms zu begegnen, ist in dieser Arbeit eine Erweiterung entwickelt worden. Diese Erweiterung hat als Grundidee, die Form der Histogramm-Bins zu optimieren und die Unstetigkeiten (Sprünge) durch die Verwendung des Frequenz-Polygons (kurz: FP) als Dichteschätzer zu eliminieren (siehe [Här07a]). Das Frequenzpolygon ist eine Linearisierung, d.h. es wird eine lineare Verbindung zwischen den benachbarten Bins hergestellt und somit die Stetigkeit verbessert. Um diesen Einfluss zu vergrößern, ist in dieser Optimierungsstufe gleichfalls eine Veränderung der Bin-Form nötig. Da es sich bei der Dichteschätzung auf der Kugeloberfläche um eine zweidimensionale Dichteschätzung handelt, muss eine Übertragung der von Scott [Sco92] vorgeschlagenen zweidimensionalen Struktur auf die Kugeloberfläche möglich sein. Bild 3.27 zeigt die Verbindung der ursprünglichen Dreiecksform zu einer neuen hexagonalen Form. Da die den Hexagonen zu Grunde liegende Dreiecksstruktur nicht einheitlich ist, weist auch die hexagonale Struktur eine Varianz des Raumwinkels pro Dreieck auf. In Bild 3.28 ist eine vollständige Diskretisierung der Kugeloberfläche



**Bild 3.27:** Rekursiv unterteilter Oktaeder SD-Level 7 mit anhand der hexagonalen Voronoi-Regionen entstandenem Histogramm und Bildung des Frequenzpolygons durch lineare Interpolation

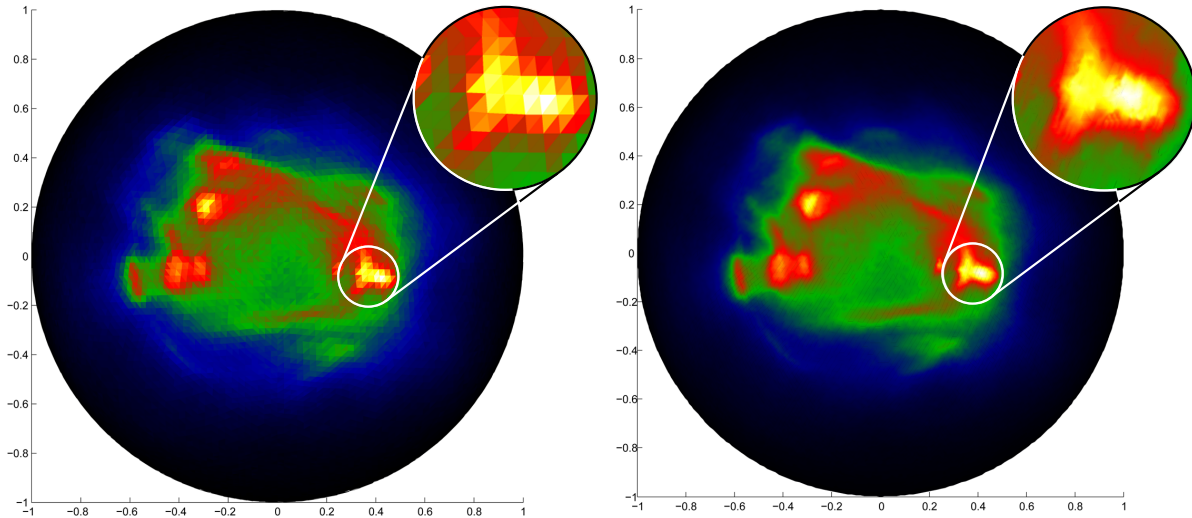
in hexagonale Abschnitte (und 12 Pentagone) eingeteilt. Diese Diskretisierung basiert auf einem rekursiv unterteilten Platonischen Körper, dem *Ikosaeder*. An dieser Stelle wird der Begriff der *Voronoi-Region* als Bin des Histogramms eingeführt. Die Voronoi-Region hat die Eckpunkte der rekursiv entstandenen Dreiecke als Mittelpunkt und umfasst alle Punkte im Raum (hier: auf der Kugeloberfläche), die zu diesem speziellen Mittel näher sind, als zu allen anderen Zentren (siehe dazu [dB08]). Das Dreieck des unterteilten Platonischen Körpers dient als Delaunay-Triangulation. Hierbei eignet sich die in Kapitel 3.4.4 beschriebene Berechnungsvariante mit der Nächste-Nachbarn-Suche. Bild 3.29 zeigt die erzielten Verbesserungen bei der Dichteschätzung mittels Voronoi-Regionen und der anschließenden Bildung des Frequenz-Polygons. In Kapitel 3.4.4 ist für das Richtungs-



**Bild 3.28:** Raumwinkeldarstellung eines Ikosaeders mit vierfach rekursiver Unterteilung der Teilflächen und aufgespannten Voronoi-Regionen um jeden Eckpunkt

histogramm die Anforderung definiert worden, dass der Speicherbedarf minimiert sein soll. Für das Histogramm, basierend auf rekursiv unterteilten Platonischen Körpern, gilt für die Vollsphäre ein Datenaufkommen von lediglich 20% im Vergleich zum winkelgleichen Histogramm nach Mercator. Es sei z. B. ein Oktaeder sieben Mal rekursiv unterteilt, was einer Dreieckszahl von 131072 mit einem durchschnittlichen Raumwinkel





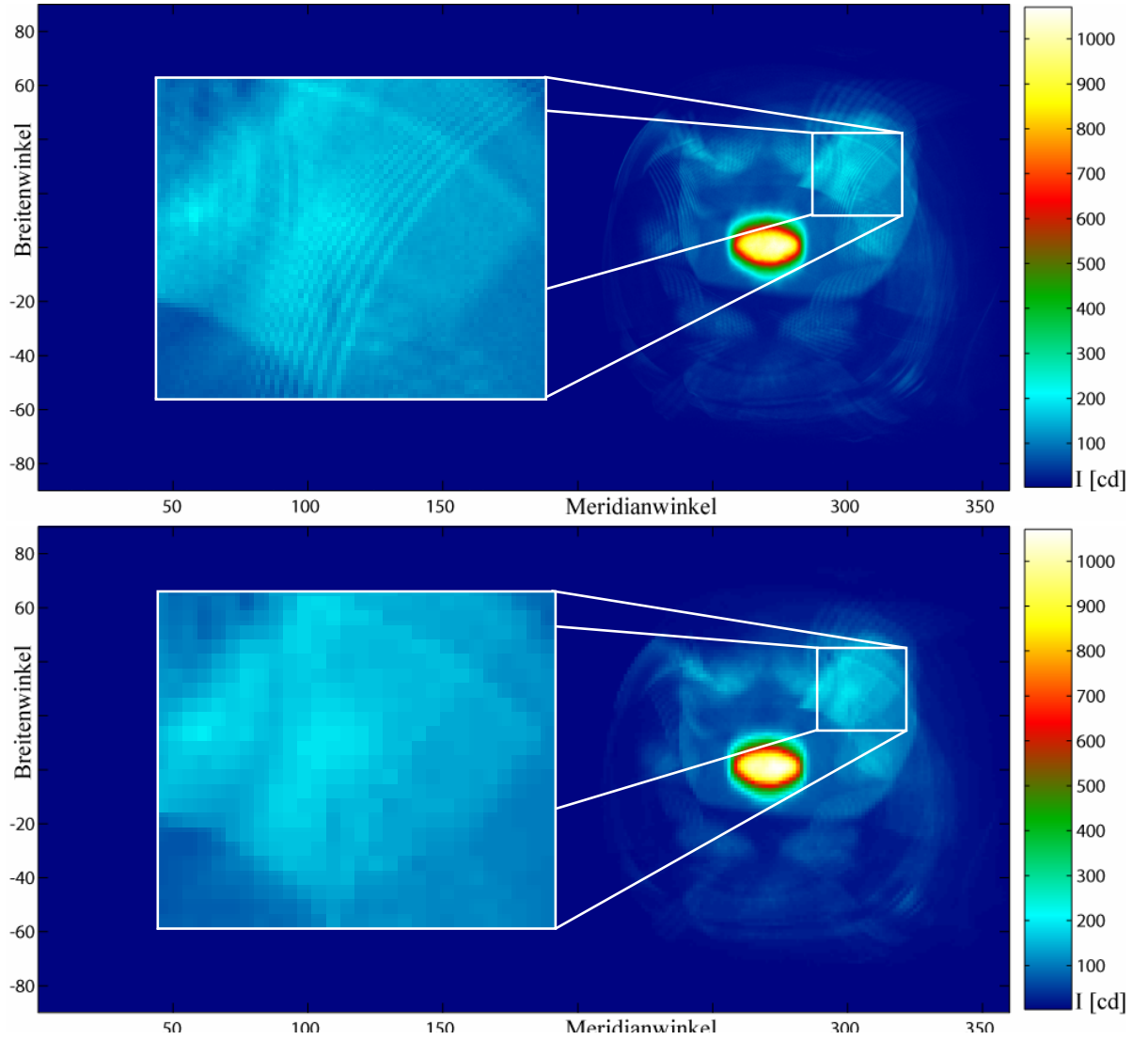
**Bild 3.29:** künstliche LVK; *links:* Histogramm rein durch rekursiv unterteilte Oktaeder-Struktur; *rechts:* Frequenz-Polygon als interpoliertes Histogramm aus Voronoi-Regionen, basierend auf Oktaeder-Struktur

von  $0.9578 \cdot 10^{-4}$  entspricht. Eine entsprechend feine winkelgleiche Segmentierung der Kugel mit gleichem Raumwinkel am Äquator hat eine Auflösung von  $\Delta\delta = 0.3144^\circ$ . Die Vollsphäre ergäbe  $1145 \cdot 573 = 656085$  Segmente, was einem Datenverhältnis von 1 : 5 zugunsten des Oktaeders entspricht. In Kapitel 3.4.3 wurde das Verfahren der Vektor-Quantisierung zur adaptiven Unterteilung der Ortsdimension verwendet. Im folgenden Abschnitt ist die Übertragung dieses Ansatzes auf die Richtungsdimension geschildert, um nicht nur die Anzahl der Werte zu minimieren, sondern darüber hinaus die Informationsdichte der gespeicherten Werte zu erhöhen.

### 3.4.6 Adaptives Voronoi-Bin für Richtungsdimension

Ein entscheidender Aspekt bei der Bestimmung des Vollhistogramms ist die Datenmenge. Einerseits muss die Winkelauflösung sehr hoch sein, um der menschlichen Wahrnehmung zu entsprechen. Andererseits darf damit der Speicherbedarf und das zwangsläufig entstehende Rauschen nicht zu sehr ansteigen. Um diese konkurrierenden Anforderungen umzusetzen, ist in dieser Arbeit ein adaptives Voronoi-Histogramm für die Richtungsdimension entwickelt worden. Das Ergebnis des adaptiven Voronoi-Histogramms wird am Beispiel einer Rückleuchtenfunktion skizziert.

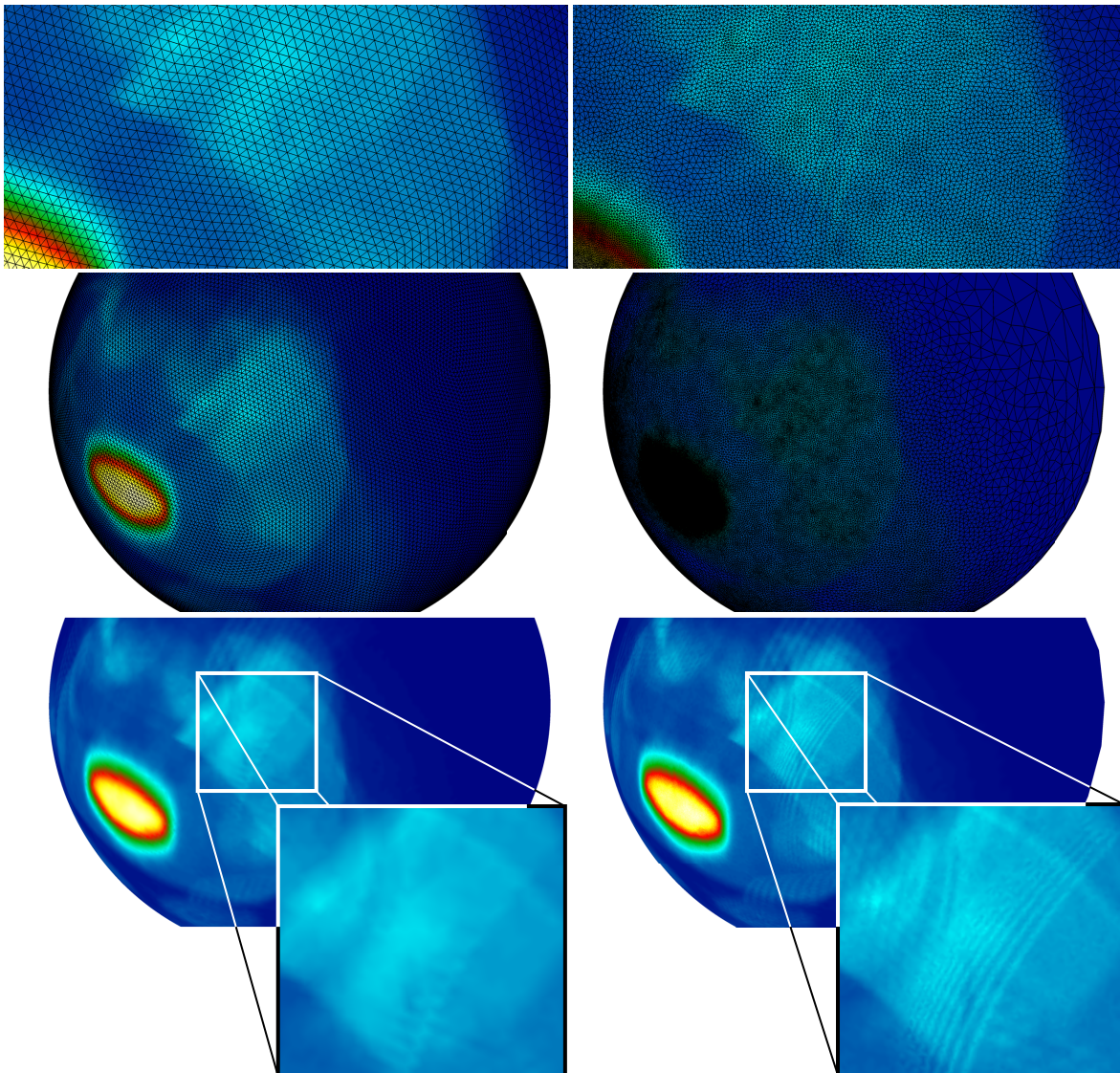
Bild 3.30 ist die Referenz für den Vergleich. Hier ist die Richtungsdimension winkelgleich parametrisiert. Es werden ca. 120 Mio. Photonen in zwei unterschiedlich fein aufgelöste Histogramme eingezählt. Diese große Anzahl von Strahlen gewährleistet, empirisch ermittelt, ein geringes Rauschen. Mit der feinen Unterteilung von  $\Delta\delta = \Delta\gamma = 0.2^\circ$ , Bild 3.30 (oben), sind alle feinen Strukturen sichtbar. Die grobe Auflösung von Bild 3.30



**Bild 3.30:** Lichtstärke: winkeltgleiche Parametrik einer Heckleuchte; 100 Mio. Photonen eingezählt; **oben:** Auflösung  $\Delta\delta = 0.2^\circ \rightarrow 1.62$  Mio. Werte; **unten:**  $\Delta\delta = 1.27^\circ \rightarrow 39762$  Werte

(unten) ist so gewählt, dass in Summe etwa die gleiche Anzahl Bins (ca. 40000) vorhanden ist, wie bei den gegenübergestellten Strukturen, regelmäßiges Voronoi-Histogramm und adaptives Voronoi-Histogramm. Abgebildet sind die Strukturen in Bild 3.31. Es sind zwei drei-dimensionale Strukturen des Frequenz-Polygons, basierend auf dem Subdivision-Ikosaeder, Bild 3.31 (links), und eines adaptiven Frequenz-Polygons, rechts dargestellt. Das adaptive Polygon wurde durch das Verfahren Vektor-Quantisierung erstellt. Es ist erkennbar, dass das adaptive Frequenzpolygon mit lediglich 40000 Datenpunkten die hochfrequenten Charakteristika aus Bild 3.30 wiedergeben kann. Es wird dort fein auf-





**Bild 3.31:** LVK einer Heckleuchte - jeweils 40000 Datenpunkte; **links:** regelmäßiges Voronoi-Histogramm (FP) auf Basis des Ikosaeder; **rechts:** adaptives Voronoi-Histogramm (FP)

gelöst, wo potentiell Strukturen denkbar sind. Strukturen in Bereichen mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeitsdichte können aufgrund des Rauschens bei der Dichteschätzung nicht wieder rekonstruiert werden. Mit dem ursprünglichen Voronoi-Histogramm ist die Darstellung der feinen Strukturen der Verteilung jedoch nicht möglich. Im nächsten Abschnitt wird diskutiert, inwieweit sich das adaptive Voronoi-Histogramm der Richtungsdimension für das Vollhistogramm eignet.

In Anhang A.8 sind weitere Bilder von dieser Gegenüberstellung zu finden.

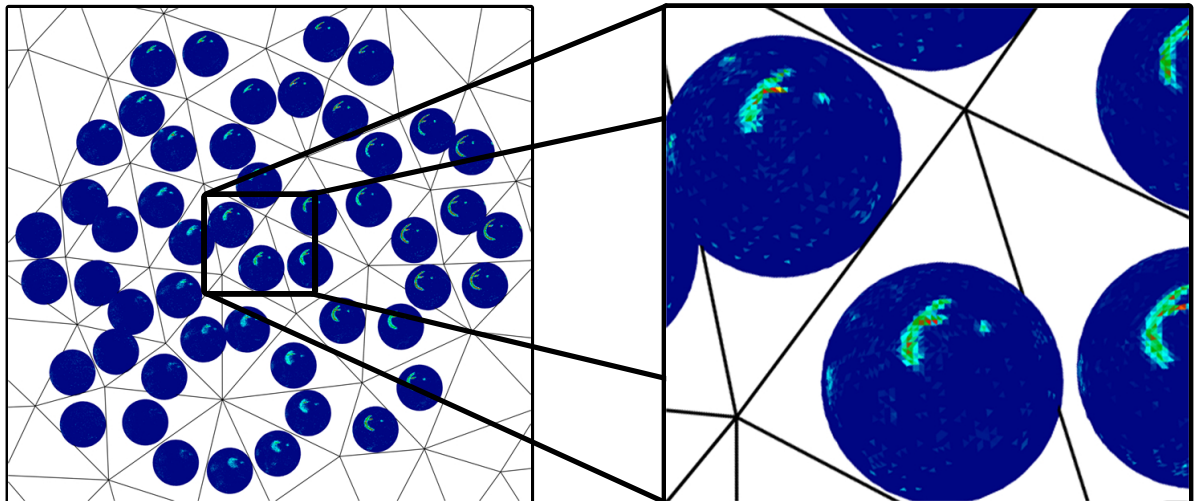
### 3.4.7 Speicherung und Zugriff auf das Vollhistogramm

Nachdem die Diskretisierung des Ortes in Form eines Basis-Gitters der Objektoberfläche und die Diskretisierung der Richtungsdimension festgelegt ist, können die simulierten Photonen in die Bins des 4D-Histogramms eingezählt werden. Jedes Photon kann genau einem Bin zugeordnet werden. Diese Zuordnung stellt sich in Form eines Aufaddierens der Lichtstromanteile  $\Delta\Phi$  ( $Wahrsch._{Photon} * \Phi_{ges.}$ ) in jedes Bin dar. Durch die Berechnung des Flächeninhalts  $A_{Ort}$ , des Raumwinkels der entsprechenden Richtungszelle  $\Omega_{Richt.}$  kann mit Hilfe der Flächennormale des Ortsdreiecks  $\vec{n}_{Ort}$  die Leuchtdichte eines jeden Bins berechnet werden: Leuchtdichte  $L_{Bin} = ((\Delta\Phi)/\Omega_{Richt.})/(A_{Ort} \cdot (\vec{n}_{Ort} \bullet \vec{n}_{Richt.}))$ .

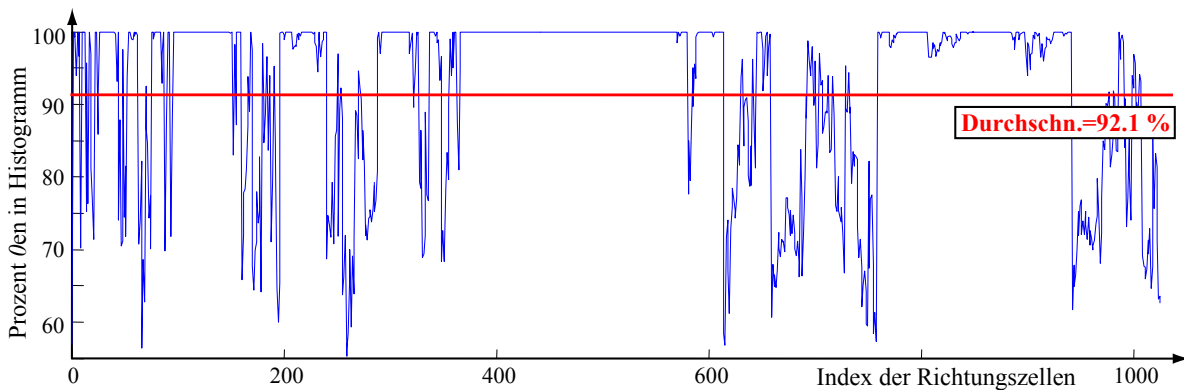
**Tabelle 3.2:** Vollhistogramm mit Leuchtdichtewerten:  $m$  Spalten für jedes Dreieck der Ortdimension und  $n$  Zeilen für jeweils eine spezifische Richtung

Ort Richt.	Ortsdr. 0	Ortsdr. 1	Ortsdr. 2	...	Ortsdr. $m$
Richtungsdr. 0	0	0	0	0	0
Richtungsdr. 1	0	4.5	45.2	64.63	12.563
...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Richtungsdr. $n$	0	0	12.928	5.199	0

Jedes Dreieck des Ortes hat eine fortlaufende Indizierung von 0 bis  $m$  und jede Richtungszelle von 0 bis  $n$  (siehe Abschnitt 3.4.4). Somit kann jeder Leuchtdichtewert für jede Richtungszelle-Ortsdreieck-Kombination in einer großen Matrix gespeichert werden. Tabelle 3.2 zeigt exemplarisch eine solche Matrix. In einer separaten Tabelle sind jeweils



**Bild 3.32:** *links:* 50 exemplarische Leuchtdichteverteilungen auf jeweils 50 Dreiecken des Basis-Meshs; *rechts:* Ausschnitt der Leuchtdichteverteilungen



**Bild 3.33:** Beispiel für Vollhistogramm: Anteil der Nullen in Prozent, die jede Richtung der Richtungskdiskretisierung Level 4 bezüglich der Oberflächendreiecke aufweist; Durchschnitt  $\approx 92\%$

die Dreiecksdaten der Ortsdreiecke und die geometrischen Daten der Richtungszelle gespeichert. In Bild 3.32 ist links ein Teil einer diskretisierten leuchtenden Oberfläche zu sehen, auf deren Dreiecken der jeweilige Leuchtdichteverteilungskörper abgebildet ist. Rechts ist ein vergrößerter Ausschnitt zu sehen, wobei zwei Beobachtungen zu machen sind: Einerseits gleichen sich die LVKs benachbarter Dreiecke sehr stark, und andererseits sind die Verteilungen auf sehr wenige Richtungsbereiche beschränkt. Diese beiden Aspekte sind für die Speicherung äußerst relevant. Die eingeschränkte Verteilung bedeutet, dass sehr viele Richtungselemente, Dreiecke oder Voronoi-Zellen, eine Leuchtdichte von 0 tragen. Als Beispiel wurde das Vollhistogramm einer Leuchte herausgegriffen und die LVK mit Rekursionslevel 4 diskretisiert. Bild 3.33 zeigt die Verteilung der Nullen im Vollhistogramm. Die große Anzahl von Nullen in der Matrix macht die Speicherung nach dem Verfahren *dünnbesetzte Matrizen* (engl.: *sparse matrix*) interessant (siehe [Goh03]). Hiermit kann der Speicheraufwand stark reduziert werden, indem nur die von Null verschiedenen Werte plus deren Stelle in der Matrix gespeichert werden, Redundanz wird entfernt. Bei einem Beispiel mit 27580 Dreiecken des Basis-Meshs mit vierfacher Oktaeder-Unterteilung mit 2048 Dreiecken wären 56 Mio. Werte zu speichern. Das entspricht einem Speicherbedarf von ca. 215 MegaByte. Ausgehend von 92% Nullen müssen lediglich 4.5 Millionen Werte mit zusätzlich  $2 \cdot 16$  Bit für die Position in der Matrix gespeichert werden. Die ergibt in Summe 34.47 MegaByte, was etwa 16% der Vollmatrix entspricht. 84% des Speicherbedarfs können schlicht durch die effiziente Form der Speicherung gespart werden.

In der praktischen Verwendung hat sich jedoch herausgestellt, dass oft 100000 Dreiecke in der Ortsdimension und ca. 130000 Richtungen (Level 7) nötig sind. Das entspricht, als Vollmatrix abgespeichert, ca. 48.4 GigaByte, was unkomprimiert dem 19-fachen der Strahlendaten entspräche, wenn 100 Millionen Photonen simuliert worden wären. Ohne Komprimierung oder effiziente Speicherung wäre eine Verarbeitung im Hauptspeicher kaum möglich.

Zur Bestimmung der Leuchtdichteverteilung des gesamten leuchtenden Objekts von einer Betrachterposition aus wird, basierend auf dem Lochkamera-Modell (siehe Anhang A.2) mittels Ray-Tracing das Vollhistogramm abgetastet. In Bild 3.34 ist das Objekt mit der Vollhistogramm-Struktur abgebildet. Ausgehend von einer virtuellen Kamera, bestimmt durch den Augpunkt, wird durch die Pixel der zu berechnenden Verteilung ein Strahl (Sichtstrahl) gesandt und dessen Schnittpunkt mit dem Basis-Mesh bestimmt. Entsprechend der Richtung, unter der der Sichtstrahl das entsprechende Dreieck trifft, wird aus dem Vollhistogramm der durch Orts- und Richtungsindex bestimmte Wert ausgelesen und auf das Pixel der zu bestimmenden Leuchtdichteverteilung übertragen.

Abhängig von der Position und Auflösung der virtuellen Kamera entspricht die Größe eines Pixels mehr als einem Ortsdreieck. Nach der in Anhang A.2 definierten Pixelleuchtdichte  $L_{\text{Pixel}}$  ist für einen solchen Fall ein Mehrfachsampling nach der Monte-Carlo Integration (siehe Anhang A.3) durchzuführen:

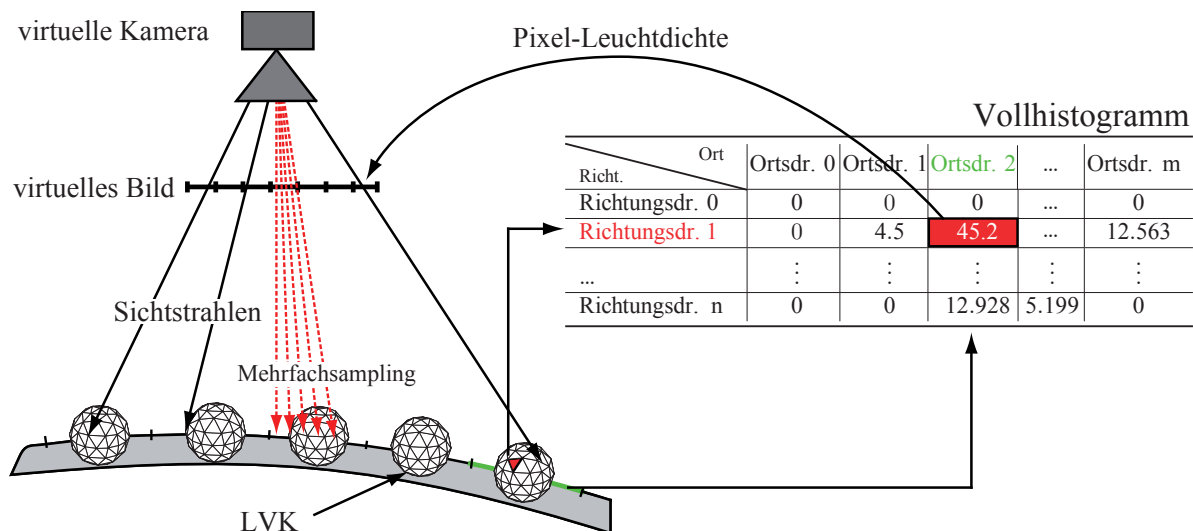
$$L_{\text{Pixel}} = \frac{\int dA L_p}{A_{\text{Pixel}}} \quad (3.7)$$

Gleichung 3.7 beschreibt die Integration über die Fläche des Pixels  $A_{\text{Pixel}}$  unter Berücksichtigung der Leuchtdichte der abgebildeten Objektoberfläche. Dieses Integral wird hier durch die Monte-Carlo-Integration gelöst. Dafür werden eine Vielzahl von Sichtstrahlen als Samples durch zufällig gewählte Punkte eines Pixels gesandt und der Leuchtdichtewert  $L_p$  am Schnittpunkt  $p$  jedes Sichtstrahls mit dem leuchtenden Objekt bestimmt (siehe *Mehrfachsampling* in Bild 3.34). Die notwendige Anzahl der Sichtstrahlen für ein Pixel hängt von der Beschaffenheit des Integrals ab und wird adaptiv entsprechend einer gewünschten Varianz von  $n\%$  eingestellt.

Für die Verwendung von Voronoi-Regionen statt Dreiecksstrukturen für die Orts- und Richtungsdimension ist die Speicherung und der Zugriff identisch, lediglich das Bestimmen des Index weicht ab.

### 3.4.8 Komprimierung des Vollhistogramms

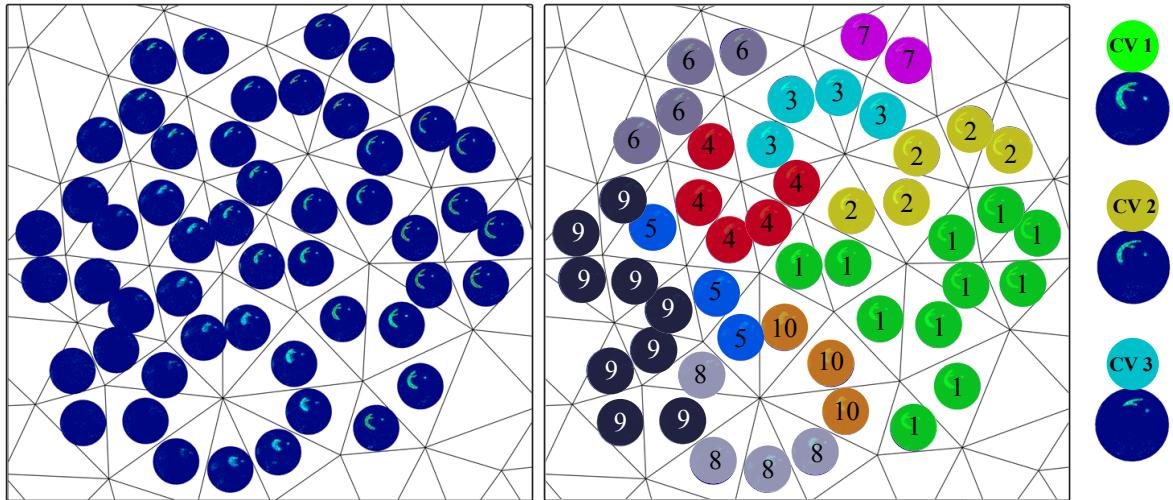
Im Rahmen dieser Arbeit wird untersucht, welche Möglichkeiten es weiterhin gibt, die Datenmenge zu minimieren und gleichfalls die Verwendbarkeit zu verbessern. Die Speicherung des Vollhistogramms für Leuchten in Form einer dünn besetzten Matrix ist eine Redundanzreduktion. Untersucht wird das in [Woo00] vorgeschlagene Verfahren der Vektor-Quantisierung, ein verlustbehaftetes Irrelevanzreduktionsverfahren. Hierfür wird eine jede Spalte des Vollhistogramms, d. h. jede Leuchtdichteverteilung, als Punkt in einem  $8 * 4^d$  dimensionalen Raum gesehen, bei  $d$ -facher rekursiver Unterteilung eines Oktaeders. Jede mögliche Richtung der Richtungsdiskretisierung entspricht somit einer Dimension. Aufgabe der Vektor-Quantisierung ist es, mit Hilfe des LLoyd-, K-Means-



**Bild 3.34:** Bestimmung der Leuchtdichteverteilung für bestimmte Position einer virtuellen Kamera mittels Sichtstrahlen, Bestimmung des Orts- und Richtungsindex; Übertragung des Leuchtdichtewertes des Vollhistogramms auf das Pixel der Leuchtdichteverteilung

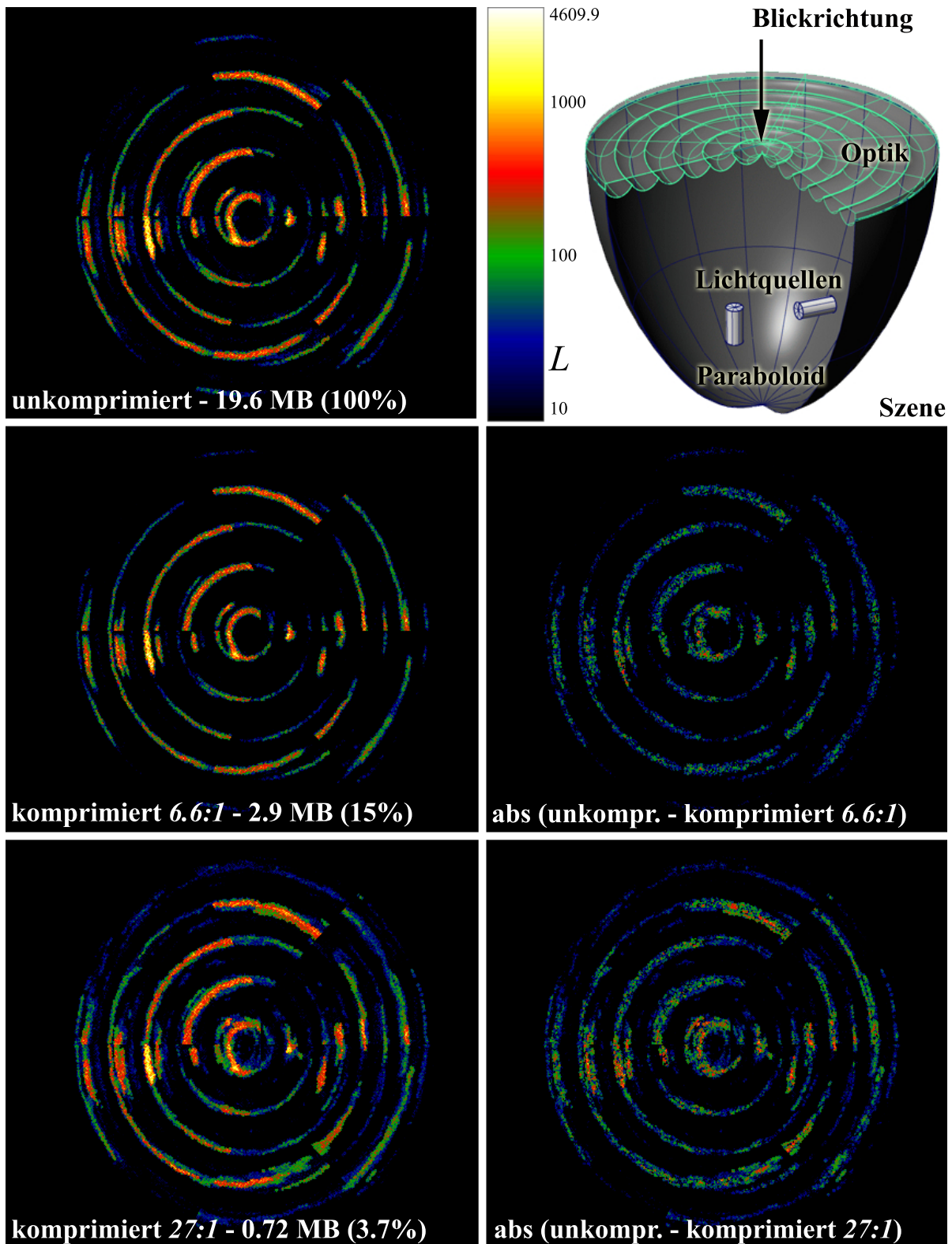
oder LBG-Algorithmus eine Anzahl von  $k$  Merkmals-Vektoren (auch: Code-Vektoren) zu finden, die repräsentativ für alle Merkmale der Originaldaten stehen. Die Datenreduktion besteht darin, dass für eine ähnliche Gruppe von Daten nur ein Code-Vektor gespeichert und für dadurch substituierte Daten nur der Index des Code-Vektors gespeichert wird. In Bild 3.35 ist ein Beispielausschnitt aufgezeigt. In diesem Beispiel werden 50 LVKs auf dem Dreiecksgitter aus Bild 3.36 des Basis-Meshs mit Hilfe eines Satzes von 10 Code-Vektoren repräsentiert. Für jedes Dreieck des Ortsgitters wird jeweils nur ein Index entsprechend des zugehörigen Code-Vektors gespeichert. Die Summe aller Code-Vektoren ist das Code-Buch, was zusätzlich zu den Indizes der Dreiecke in die Daten mit aufgenommen wird. Über die Anzahl der angestrebten Code-Vektoren kann der Komprimierungsgrad eingestellt werden. Wie dieser Grad zu bemessen ist, hängt vom Verwendungszweck und von der Unterschiedlichkeit des Lichtfeldes ab. Exemplarisch ist hierfür eine einfache Leuchte aufgebaut, die aus zwei Lichtquellen, einem Paraboloid-Reflektor und einer Lichtscheibe besteht. Bild 3.36 (oben rechts) zeigt den Aufbau der Szene und die Blickrichtung für die Leuchtdichteansicht. In der linken Spalte sind die unkomprimierte Abbildung mit Falschfarben und dazu zwei unterschiedliche Komprimierungsstufen aufgezeigt. Hier ist zu Demonstrationszwecken mit einem Rekursionslevel von 3 gearbeitet worden. Die rechte Spalte von Bild 3.36 zeigt jeweils den Betrag des Differenzbildes des unkomprimierten Vollhistogramms und der jeweiligen Komprimierungsstufe. Durch die logarithmische Darstellung (zwei Dekaden) sind die Unterschiede deutlich zu erkennen. Für eine Bewertung der Erscheinung ist jedoch ein visueller Abgleich in Kombination mit dem Tone-Mapping-Operator nötig. Im Falle des Beispiels aus Bild 3.36





**Bild 3.35:** *links:* 50 LVKs auf einem Basis-Gitter; *Mitte:* zugewiesene Code-Vektoren mit Indizes ; *rechts:* drei exemplarische Code-Vektoren

wäre eine Komprimierungsstufe von 6.6 : 1 noch vertretbar, um die Erscheinung trotz Komprimierung gleich zu bewerten. Die verlustbehaftete Komprimierung lässt sich ohne Probleme mit der verlustfreien Speicherung in einer dünnbesetzten Matrix kombinieren.



**Bild 3.36:** Beispielszene Komprimierung: zwei Lichtquellen, Paraboloidreflektor, Lichtscheibe (o.r.); **linke Spalte:** Unkomprimierte Ansicht und Komprimierung mit Verhältnis 6.6:1 und 27:1; **rechte Spalte:** Betrag der Differenzbilder von unkomprimierter Ansicht und der jeweiligen Komprimierung

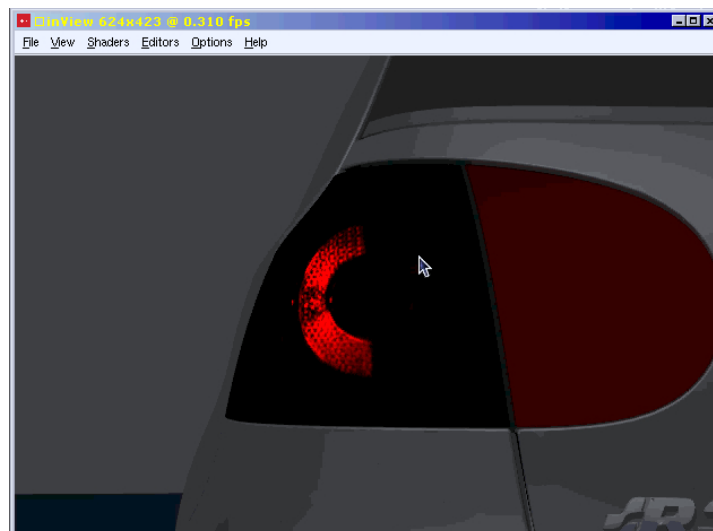
### 3.4.9 Zusammenfassung - Bewertung Vollhistogramm

Im folgenden Abschnitt wird die Methode des Vollhistogramms abschließend betrachtet. Hierbei steht als erstes der Abgleich mit den in Kapitel 3.1 formulierten Anforderungen an die neu zu entwickelnde Methode im Vordergrund. Anschließend werden die einzelnen Optimierungen betrachtet und deren praktische Verwendung diskutiert.

Das Vollhistogramm ist eine vollständige Überführung von einem Datensatz von simulierten oder gemessenen Photonen (Strahldatensatz) in einen durch Dichteschätzung erzielten Leuchtdichteverteilungskörper. Grundlage für die Dichteschätzung ist die Diskretisierung der Orts- und Richtungsdimension. Dem folgt eine Klassifizierung aller Photonen in die durch die Diskretisierung entstandenen Bins. Das so geschaffene System für die Simulation von Leuchtdichteansichten wird hinsichtlich folgender sieben Kriterien bewertet:

1. *Methode muss Leuchtdichteansichten sehr schnell berechnen können (Tendenz zur Echtzeitdarstellung muss gegeben sein):*

Mit der prototypischen Umsetzung werden auf einem DualXeon Computer Rechenzeiten von minimal 55 Sekunden für ein Bild mit der Auflösung 800x600 erreicht. Bei der exemplarischen Implementierung in das Echtzeit-Raytracing-System der Firma *Intrace* werden auf einem Rechencluster für die Darstellung der Golf5-Heckleuchte Frameraten von 0.3 Bildern pro Sekunde erreicht (siehe Bild 3.37).



**Bild 3.37:** Stopplichtfunktion der Golf-Heckleuchte im Echtzeitraytracing-System *inView*; basiert auf Vollhistogramm und Simulation von 38 Mio. Photonen mit etwa 0.3 Bildern pro Sekunde



2. *Methode muss unabhängig von der in der Leuchte eingesetzten Technologie (Komplexität) sein:*

Das Vollhistogramm ist ein Dichteschätzer für bereits simulierte Photonen. Der Simulationsaufwand ist hier irrelevant.

3. *Methode muss gleiche Qualität für unterschiedliche Bildauflösungen liefern:*

Für die Leuchtdichtebilder werden die Leuchtdichteinformationen der Oberfläche gesampelt. Die Qualität ist bei Auflösungen, die grober als das Basis-Mesh sind, bei entsprechendem Mehrfachsampling gleich groß. Schwächen zeigt das Vollhistogramm bei Auflösungen, bei denen die Dreiecke des Basis-Meshs größer als die Pixel sind. Eine Struktur feiner als das Mesh kann nicht mehr aufgelöst werden.

4. *Methode muss alle Winkelbereiche darstellen können:*

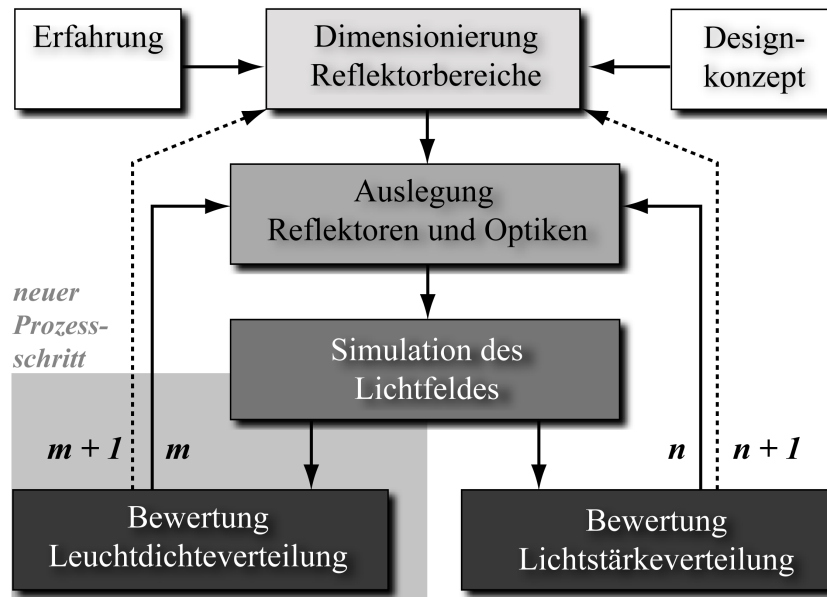
Im Vollhistogramm sind alle Winkelbereiche enthalten.

5. *Methode muss Skalierbarkeit des Speicherbedarfs im Hauptspeicher gewährleisten:*

Für die Implementierung des Vollhistogramms kann eine adaptive Speicherverwaltung vorgesehen werden. Auch über die Auflösung von Ort und Richtung ist der Speicherbedarf einstellbar.

6. *Methode muss sich in den bereits bestehenden Prozessablauf einbetten lassen:*

Bild 3.38 skizziert den herkömmlichen Prozess und die neuen notwendigen Schritte bei der Optikauslegung. Problematisch ist, dass der Simulationsprozess für die Leuchtdichtevertellung sich von dem Prozess für die Lichtstärkeverteilung unterscheidet. Für die Lichtstärke ist nur ein Bruchteil der zu simulierenden Photonen nötig, verglichen mit der Simulation der Leuchtdichte. Nach der Simulation für die Leuchtdichte ist die Klassifizierung in die Bins des Vollhistogramms nötig, wofür mehrere Stunden zu veranschlagen sind. Im Anschluss an die Klassifizierung kann die eigentliche Bildberechnung beginnen, was bei z.B. 300 Bildern auch zu mehreren Stunden Berechenzeit führen kann. Die zwei Prozesse für die Lichtstärke- und Leuchtdichtevertellung lassen sich mit dieser Vorgehensweise nicht synchronisieren,  $m \neq n$ . Der Arbeitsschritt der Klassifizierung sorgt dafür, dass die Ergebnisse der Leuchtdichtesimulation in Summe ca. einen Tag benötigen. Es empfiehlt sich, schnellere Verfahren zu verwenden, bei denen die Berechendauer ähnlich ist, wie bei der Lichtstärkebestimmung.



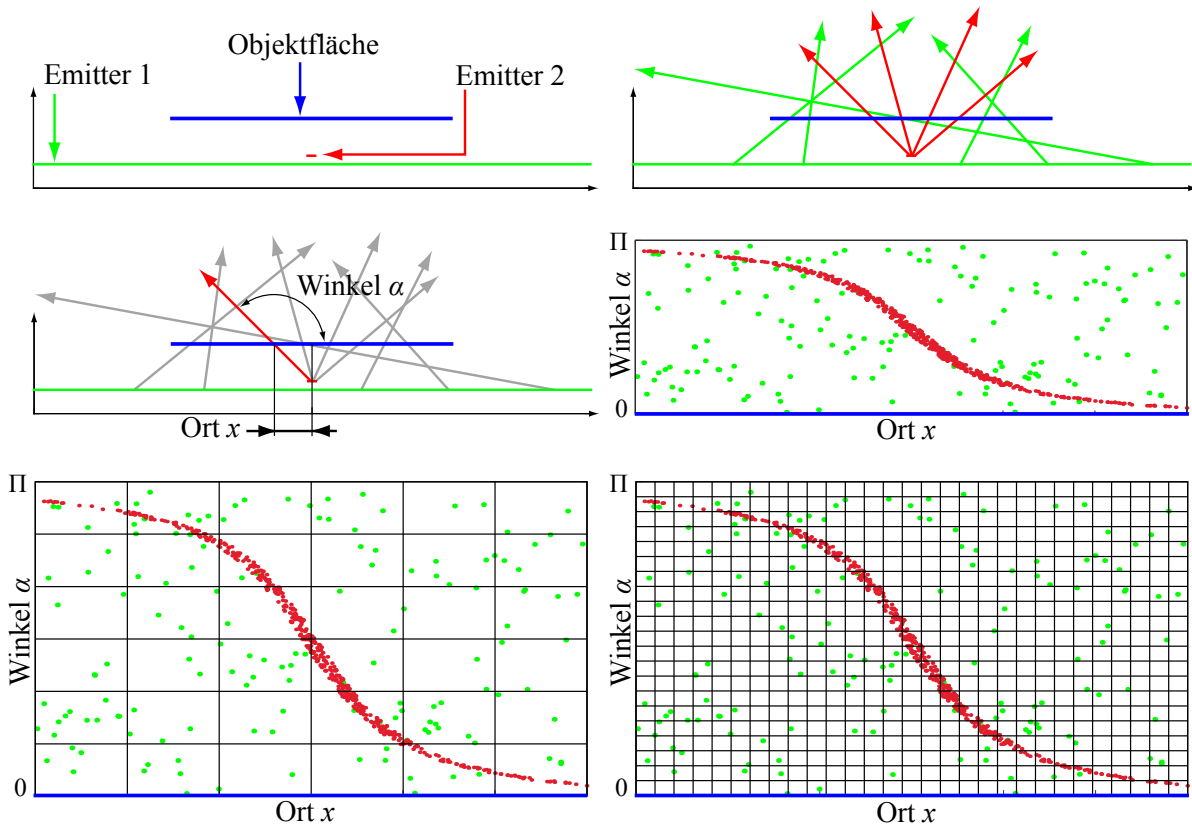
**Bild 3.38:** Schematischer Prozess der lichttechnischen Auslegung von Bauelementen der Exterieur-Beleuchtung; dem herkömmlichen Prozess mit  $n$  Iterationen steht die Bewertung der Leuchtdichte mit zusätzlichen  $m$  Iterationen gegenüber

#### 7. Methode soll den Informationsgehalt der Simulation nutzen:

Bei dieser Bewertung stellt sich die Frage nach der Effizienz des Systems. Um effizient zu sein, muss das Vollhistogramm mit seiner Bin-Größe auf das Lichtfeld und dessen Orts- und Richtungsfrequenzen angepasst sein. Gängige Verfahren zur Bestimmung dieser optimalen Bin-Größe  $h_{opt}$ , wie die Kreuzvalidierung nach Rudemo [Rud82], können hier auf Grund der Komplexität mit zum Beispiel 13 Mrd. vierdimensionalen Bins nicht durchgeführt werden. Hier muss durch Versuche eine adäquate Orts- und Richtungsdiskretisierung bestimmt werden. Bei dem Vollhistogramm wird die Diskretisierung des Ortes unabhängig von der Diskretisierung der Richtung vorgenommen und davon die Kombination als vierdimensionales Bin definiert. Mit der adaptiven Diskretisierung des Ortes lässt sich ein Basis-Gitter adaptiv zur Beleuchtungsstärke erzeugen, jedoch lässt sich von der Beleuchtungsstärke nicht auf die Leuchtdichteverteilung schließen. Bei einer Speicherung in einer zweidimensionalen Matrix, muss die Richtungsdiskretisierung für jedes Dreieck des Ortes gleich sein. Daher kommt eine adaptive Speicherung der Richtungsdimension für das Vollhistogramm nicht in Frage.

In Bild 3.39 ist am Beispiel des Linien-Lichtfeldes das Problem der Histogramm-optimierung mit fester Orts- und Richtungsdiskretisierung illustriert.

Diese Abbildung zeigt (unten) schematisch  $h_{opt}$  für die Photonen mit geringer Dichte von Emitter 2 und  $h_{opt}$  für den Emitter 1 mit großer Photonendichte

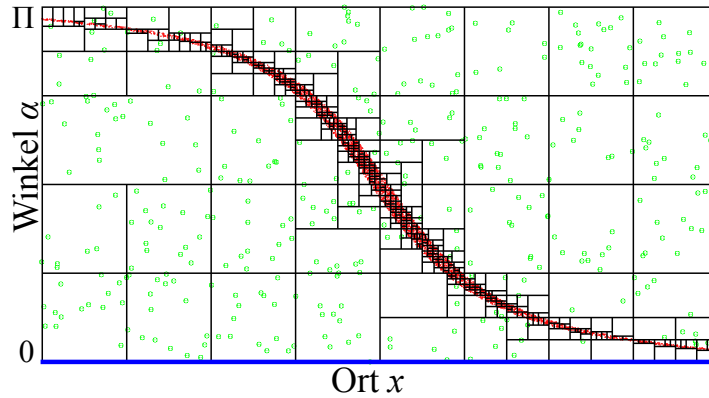


**Bild 3.39:** *oben links und rechts:* Szene für Linien-Lichtfeld mit zwei Emittoren und zugehöriger Photonenausstrahlung; *Mitte links und rechts:* Parametrisierung eines jeden Photons in Orts- und Richtungsraum mit Darstellung im Diagramm; *unten:* Optimale Bin-Weite eines Histogramms für Emitter 1 (links) und Emitter 2 (rechts)

in bestimmten Bereichen des Linien-Lichtfeldes. Es ist zu erkennen, dass eine Diskretisierung von Ort und Richtung für Emitter 1 (unten links) nicht dazu geeignet ist, Emitter 2 abzubilden. Hier würde lediglich starkes Rauschen zu nicht sinnbehafteten Werten mit großer Varianz führen. Im Gegensatz dazu ist auch die für Emitter 2 optimale Diskretisierung (unten rechts) nicht dafür geeignet, den Charakter von Emitter 1 widerzuspiegeln, da die Diskretisierungsintervalle zu groß für die feine Struktur sind.

Das Vollhistogramm wäre somit schwer in der Lage, beide Emittoren abzubilden. Es wäre eine sehr große Anzahl von Photonen des Emitters 2 nötig, um mit der Diskretisierung für Emitter 1 beide Dichten gut zu schätzen. Um die Photonendichten von beiden schätzen zu können, wäre eine adaptive, an die Dichte angepasste Unterteilung nötig. Diese Adaptivität müsste jedoch im vierdimensionalen Raum bestimmt werden, da eine Projektion in die Orts- bzw. Richtungsdimension (Beleuchtungs- bzw. Lichtstärke) keine Aussagen über die Leuchtdichte zulässt.

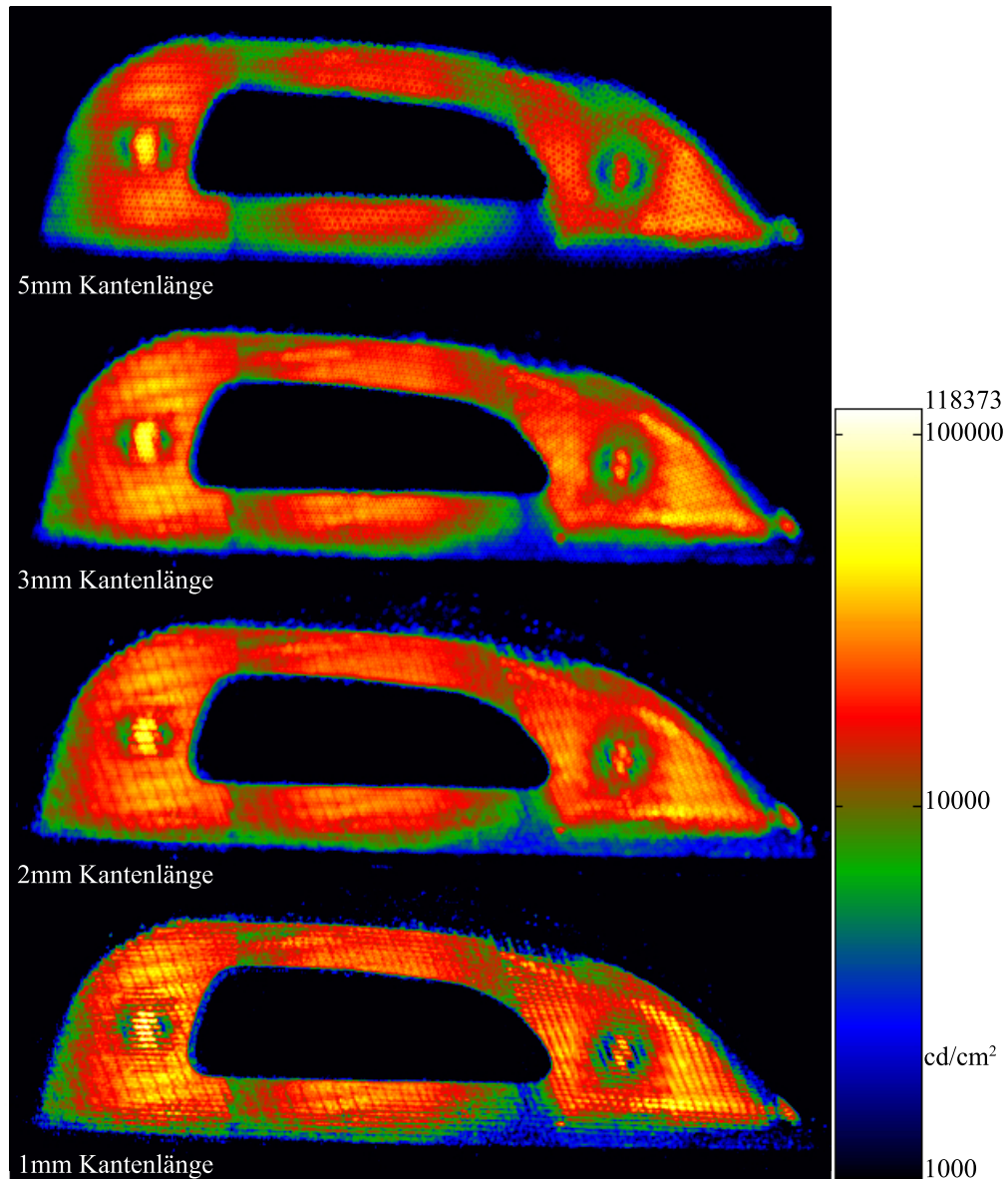
Bild 3.40 zeigt eine nichtuniforme Unterteilung, die mit Hilfe eines kd-Baumes erzeugt wurde (siehe Kapitel 3.5 und [Sam89]). Diese Unterteilung ist so zu interpretieren, dass im Falle des Vollhistogramms für jede Richtung ein unterschiedliches Ortsgitter auf der Oberfläche gebildet werden müsste. Dies ist jedoch nicht möglich, da der Speicheraufwand für die Diskretisierungsstruktur die eigentlichen Daten um ein Vielfaches übersteigen würde. Diesen Nachteil des Vollhistogramms adressiert Kapitel 3.5.



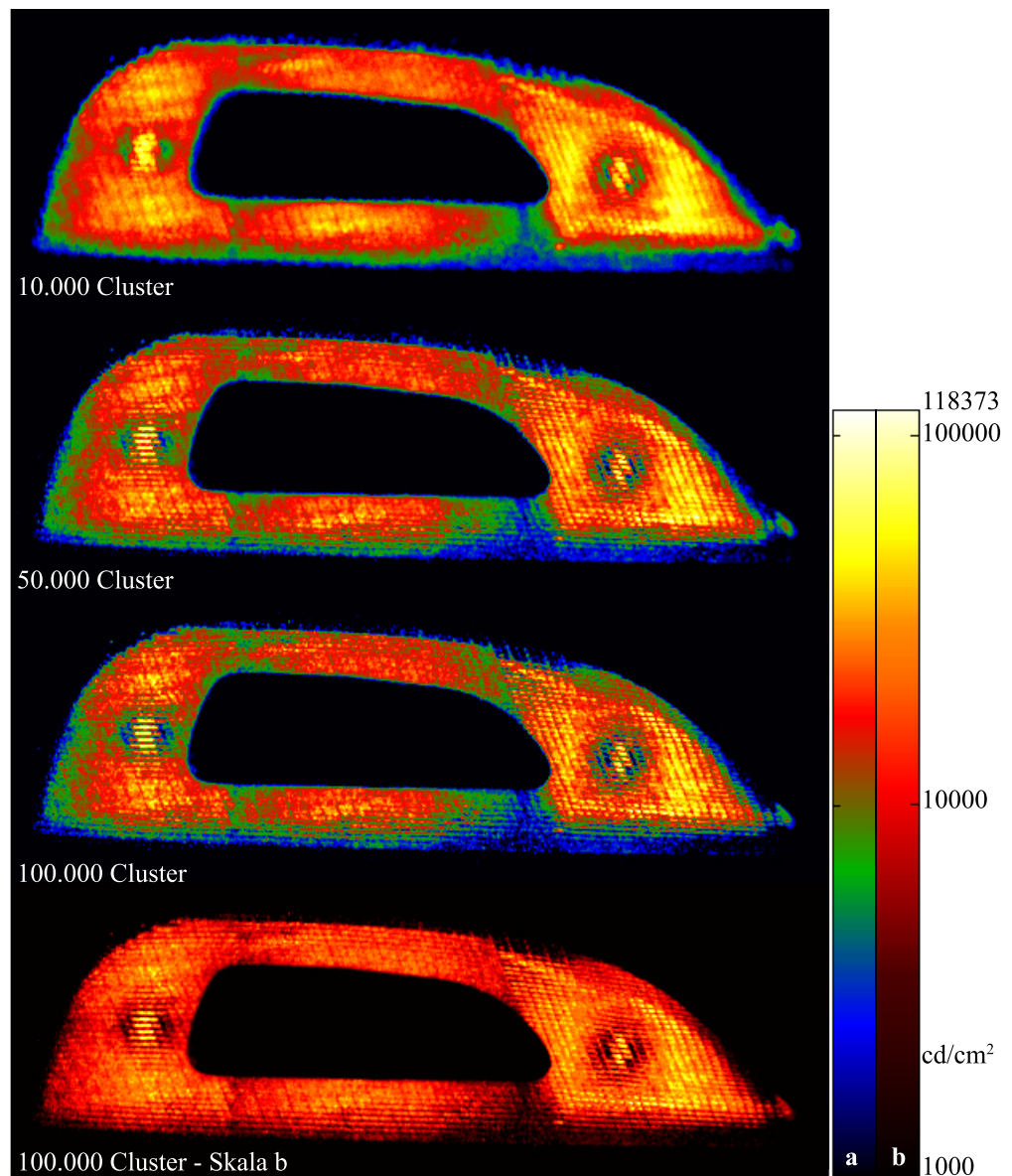
**Bild 3.40:** nichtuniforme Unterteilung für Orts- und Richtungsdimension angepaßt an Photondichte (hier: durch Konstruktion eines kd-Suchbaums)

In den Bildern 3.41 und 3.42 sind die Optimierungsmöglichkeiten der Ortsdiskretisierung anhand des Beispiels der VW-Scirocco Heckleuchte gegenübergestellt. Beide Bilder zeigen die Leuchtdichteansicht dieser Heckleuchte, generiert aus einem simulierten Lichtfeld, repräsentiert durch 161.000.000 Photonen.

Aus den Abbildungen ist zu erkennen, dass sowohl mit der Diskretisierung mittels unstrukturiertem aber regelmäßigen Basis-Meshs als auch mit Hilfe der adaptiven Methode gute Ergebnisse zu erzielen sind. Jedoch ist auch abzulesen, dass es dem Anwender ohne Kenntnis des Lichtfeldes schwer fällt, die Diskretisierung einzustellen. Ist die Diskretisierung zu grob, werden unter Umständen wichtige Charakteristika des Lichtfeldes nicht aufgelöst. Vergleicht man Bild 3.41 und 3.42, wird auch deutlich, dass die Datenmenge bei dem adaptiven Basis-Mesh wesentlich geringer ist, als bei dem unstrukturierten Basis-Mesh. Der adaptive Ansatz konzentriert die Teilbereiche der Oberfläche in den Regionen des Lichtfeldes, wo potentiell hohe Frequenzen sind. Somit kann z.B. die Auflösung des unstrukturierten Basis-Meshs mit nur ca. 20% der Daten erreicht werden (vgl. Bild 3.41 mit 1 mm Kantenlänge mit der Darstellung mittels 50000 Code-Vektoren aus Bild 3.42). Die Optimierung mit der adaptiven LVK für die Diskretisierung der Richtung kann nicht empfohlen werden, da hierfür für jedes Dreieck des Basis-Meshs eine Vektor-Quantisierung durchzuführen wäre. Sinnvoll erscheint diese Optimierung für andere Anwendungen, wie zum Beispiel die Repräsentation der Lichtstärke.



**Bild 3.41:** Leuchtdichteansicht VW-Scirocco Heckleuchte, simuliert mit 161 Mio. Photonen; Dichteschätzung mit Vollhistogramm und konstanter/unstrukturierter Dreiecksverteilung (siehe Bild 3.20); durchschnittliche Kantenlänge 5, 3, 2 und 1 mm (logarithmische Darstellung über 2 Dekaden); jeweils 9872, 26208, 57234 und 229561 Dreiecke für die Ortsdiskretisierung



**Bild 3.42:** Leuchtdichteansicht VW-Scirocco Heckleuchte, simuliert mit 161 Mio. Photonen; Dichteschätzung mit Vollhistogramm und durch Vektor-Quantisierung erzeugtem adaptiven Basis-Mesh (logarithmische Darstellung über 2 Dekaden); mit 10000, 50000 und 100000 Code-Vektoren (entspricht Anzahl Ortsdiskretisierungen); **unten:** ähnlich der Echtansicht gewählte Farbskala (Skala b)

### 3.4.10 Zusätzliche Anwendung: Lichtquellenmodell und Photonen-Emitter

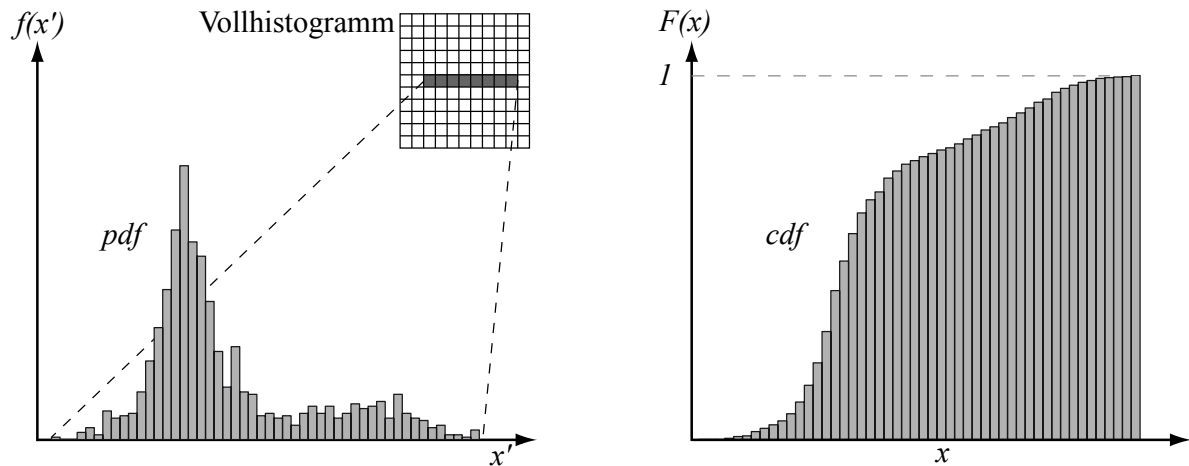
In Kapitel 3.2.4 wird der Einfluss des Photonen-Emitters auf die Simulation des Lichtfeldes eingehend betrachtet. Für vermessene Lichtquellen wird als Modell ein Photonensatz (Strahldatensatz) verwendet. In der Praxis hat dieses Modell die Einschränkung, dass nur die im Datensatz enthaltenen Photonen emittiert werden können. Weitere Nachteile sind, dass die Datensätze sehr groß sind und für das Path-Tracing von der virtuellen Kamera aus ein Photonensatz nicht verwendet werden kann.

An dieser Stelle kann das Vollhistogramm eingesetzt werden, um die Einschränkungen des reinen Photonensatzes aufzuheben. Wenn das Vollhistogramm für das Path-Tracing verwendet wird, spielt die Anzahl der Strahlen für die Erstellung des Histogramms kaum eine Rolle, da für das Encoding aus der Messung bis zu mehrere Milliarden Photonen für das Vollhistogramm generiert werden können. Mit der Anzahl der Photonen steigt bei definierter Diskretisierung von Orts- und Richtungsdimension die Datenmenge nicht, jedoch verringert sich das Rauschen in den Leuchtdichtewerten des Vollhistogramms.

Für das Path-Tracing kann das Vollhistogramm direkt auf vermessene Lichtquellen angewendet werden. Um die Lichtquelle wird eine Hüllfläche gespannt, Orts- und Richtungsdimension diskretisiert und die Photonen aus der Messung entsprechend in die Bins eingezählt. Die GatheringStrahlen des Path-Tracings können somit den selbstemittierten Teil einer dann opaken Hüllfläche für die Monte-Carlo-Integration aus dem Vollhistogramm gewinnen (siehe dazu Bild A.4 und Anhang A.3). Für die Strahlenerzeugung müssen die Leuchtdichten des Vollhistogramms in Lichtstromanteile bzw. Wahrscheinlichkeitsbeträge umgerechnet werden.

In Kapitel 3.2.4 wird die Invertierung der kontinuierlichen Dichtefunktion in die kontinuierliche kummulierte Dichtefunktion für die Photonen-Generierung skizziert. Dieses Vorgehen lässt sich exakt auf die diskrete, durch einzelne Werte repräsentierte Dichtefunktion übertragen (siehe Bild 3.43). Jedes Bin des Vollhistogramms repräsentiert durch dessen Fläche und Raumwinkel einen bestimmten Wahrscheinlichkeitswert. Mit Hilfe von Zufallszahlen können nach [Eck87] Photonen entsprechend der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung, dem Lichtfeld, generiert werden. Dieser Vorgang kann als *selektiertes Sampling* (engl.: importance sampling) bezeichnet werden und eignet sich sehr gut als Mittel zur Varianzreduktion bei der Monte-Carlo-Integration. Alle so generierten Photonen tragen, wie in der Natur, den gleichen Lichtstromanteil  $\phi_p = \phi_{ges}/\text{Anzahl}_{\text{Photonen}}$ . Mit Hilfe des Vollhistogramms von Lichtquellen können die Nachteile von vermessenen Lichtquellen gegenüber analytischen Lichtquellen eliminiert werden.





**Bild 3.43:** *links:* Teilabschnitt des Vollhistogramms, bildet Dichtefunktion (pdf); *rechts:* durch Aufaddieren generierte kumulierte Dichtefunktion (cdf) bildet Basis für die Photonengenerierung aus dem Vollhistogramm

## 3.5 Methode 2: Kerndichteschätzung für Schnitt des Lichtfeldes

Im folgenden Kapitel wird die Methode der Kerndichteschätzung für die Leuchtdichtebestimmung vorgestellt. Pate hierfür ist die Methode des Photon-Mappings von Jensen [Jen01] für die Schätzung der Beleuchtungsstärke. Es werden aus der Bewertung des Vollhistogramms Anforderungen abgeleitet, deren Umsetzung nachfolgend beschrieben wird. Neben Details zur Gestaltung des Kerns werden Testszenarien für die Beurteilung vorgestellt und abschließend weitere Verfahren für die Licht- und Beleuchtungsstärke aus der Leuchtdichte abgeleitet.

### 3.5.1 Aus Methode 1 abgeleitete Anforderungen

In Kapitel 3.4.9 wird das Vollhistogramm anhand der für die Erweiterung notwendigen Anforderungen bewertet. Hier wurden zwei Punkte identifiziert, die das Verbesserungspotential des Vollhistogramms belegen. Einerseits ist die Integration in den bereits bestehenden Auslegungsprozess durch schnellere Berechnungsmethoden ein Optimierungspunkt. Andererseits ist die optimale Nutzung der Information des simulierten Photonensatzes zu lösen.



#### *Integration in den Prozess:*

Der Prozess der lichttechnischen Auslegung (siehe Bild 3.38) sieht vor, dass die Lichtsimulation als der Teil der Iterationsschleifen dient, der die dimensionierten Lichtleitelemente hinsichtlich ihrer Eignung dahingehend untersucht, die angestrebte Lichtverteilung zu erzeugen. In diesem Schritt sollte optimalerweise ohne Kenntnis über die Beschaffenheit des Lichtfeldes, also dessen Frequenzen in den Orts- und Richtungsdimensionen, die Erzeugung von Leuchtdichteansichten zur visuellen Absicherung einfach und schnell möglich sein. Das Vollhistogramm ist hierfür bedingt geeignet, da durch Versuche eine gute Diskretisierung speziell für die Ortsdimension gefunden werden muss. Im Anschluss an die Diskretisierung erfolgt dann für alle möglichen Ansichten ein sehr rechenintensives Einzählen, die Dichteschätzung. In der Entwicklung selber sind jedoch oft nur einzelne gezielte Ansichten relevant, die schnell erzeugbar sein müssen, wie zum Beispiel Homogenitätsbewertung bei Sicht des rückwärtigen Verkehrs in der Stausituation.

Für einzelne Abbildungen scheint das Path-Tracing geeignet zu sein (siehe Kapitel 2.10). Es kann jedoch nicht gut in den Prozess integriert werden, da es sich hierbei um einen zusätzlichen zweiten Simulationsschritt handeln würde, der die bereits bestehenden Simulationsergebnisse des Photon-Tracings nicht verwenden kann.

#### *Optimale Nutzung der im Simulationsergebnis enthaltenen Information:*

Im Auslegungsprozess wird stets ein Kompromiss zwischen Simulationsgenauigkeit und Simulationsdauer gefunden. Mehr Iterationen bedeuten ein optimiertes Ergebnis, mehr simulierte Photonen bedeuten eine genauere Vorhersagegenauigkeit über die Performance eines jeden Zwischenschritts.

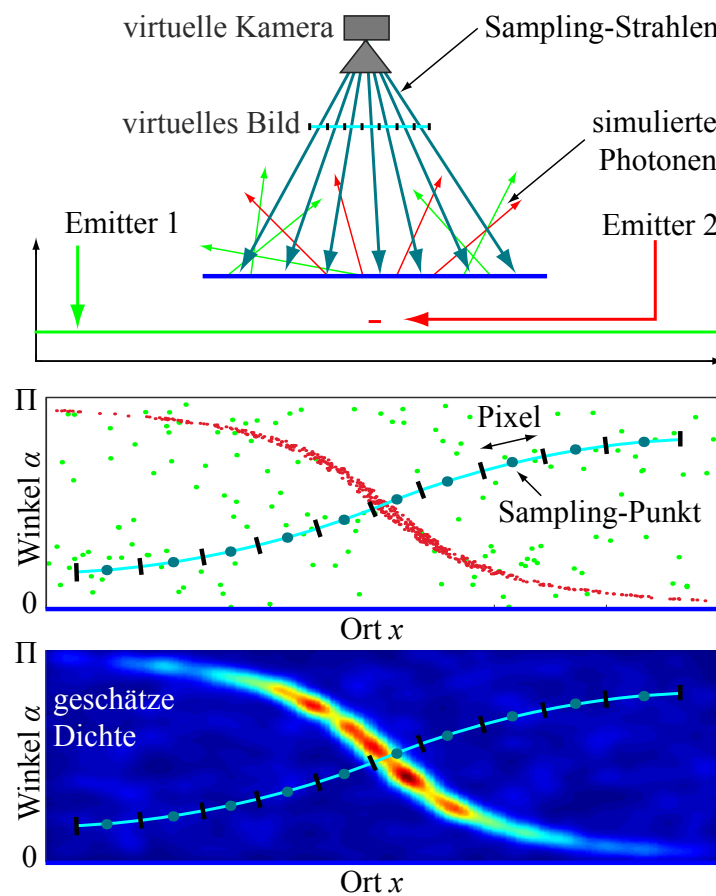
Hierbei muss das Ziel sein, mit so wenig wie möglich simulierten Photonen trotz des Fluchs der Dimensionalität (siehe Anhang A.5) eine umfassende Aussage über die Leuchtdichteverteilung treffen zu können. Hierbei müssen unterschiedlich viele Photonen als Ausgangsdaten für die Schätzung möglich sein. Das Vollhistogramm ist mit der starren, sequentiell ablaufenden Diskretisierung hier ungeeignet.

#### *konkrete Anforderungen:*

- Unabhängigkeit von Diskretisierung
- Unabhängigkeit von Anzahl simulierter Photonen
- Unabhängigkeit von Frequenzen des Lichtfeldes
- Dichteschätzung nur für relevante Ansichten

### 3.5.2 Grundprinzip - Kerndichteschätzung für Lichtfeld-Schnitt

Das Grundprinzip der Kerndichteschätzung für den Lichtfeld-Schnitt basiert auf einer mehrdimensionalen Kerndichteschätzung, um direkt den notwendigen Schnitt des Lichtfeldes zu bestimmen. Anders als beim Vollhistogramm wird nur in den Bereichen eine Dichteschätzung vorgenommen, die für die Schätzung der Leuchtdichtevertellung relevant sind. Dieses Vorgehen ist in Bild 3.44 am Beispiel des Linien-Lichtfeldes aufgezeigt. Hier ist zu sehen, dass von einer virtuellen Kamera Sampling-Strahlen durch jedes Pixel eines virtuellen Bildes gesandt werden. Diese Sampling-Strahlen schneiden die Oberfläche, die als Basisfläche für das Flächen-Lichtfeld dient. In der Mitte von Bild 3.44



**Bild 3.44:** *oben:* Linien-Lichtfeld von zwei Lichtquellen, Sampling von virtueller Kamera (vgl. Bild 3.39); *Mitte:* Darstellung des virtuellen Bildes im Orts-Richtungs-Diagramm als Schnitt; *unten:* mit Kerndichteschätzer geschätzter Dichteverlauf (vgl. Bild 2.7)

sind die einzelnen Punkte des simulierten Linien-Lichtfeldes von Emitter 1 und 2 im Orts-Richtungs-Diagramm eingezeichnet. Im gleichen Diagramm ist die zu bestimmende Pixel-Linie (Äquivalent zum Bild beim Flächen-Lichtfeld) mit den Sampling-Punkten in

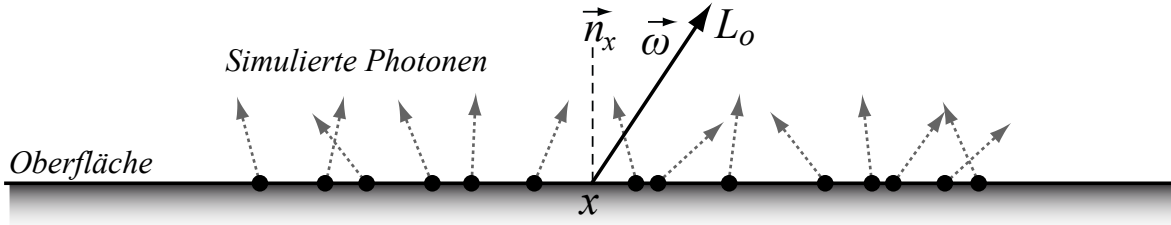
der Mitte eines jeden Pixels zu sehen. An diesen Sampling-Punkten kann nun die lokale Dichte der simulierten Photonen bestimmt und auf das ganze Pixel übertragen werden. Im unteren Bereich von Bild 3.44 ist zur Verdeutlichung der durch Kerndichteschätzung bestimmte Dichteverlauf des kompletten Definitionsbereichs aufgezeigt. (*Hinweis:* In der Praxis wird ein Mehrfachsampling des Pixels vorgenommen, um einen guten Mittelwert zu erhalten)

### 3.5.3 Rekonstruktion Lichtfeld-Schnitt

In Methode 2 wird nach Bild 3.44 das Lichtfeld nur partiell in den Bereichen rekonstruiert, die für die Bestimmung der Leuchtdichteverteilung notwendig sind. Die Bestimmung wird durch Mittelung von durch Sampling-Strahlen abgetasteten Leuchtdichtewerten pro Pixel der Verteilung durchgeführt. Dafür ist die punktweise Schätzung der Leuchtdichte am Schnittpunkt des Sampling-Strahls mit der Lichtfeld-Oberfläche notwendig. Bild 3.45 zeigt simulierte Photonen auf einer Oberfläche, den Punkt  $x$  mit der Leuchtdichte  $L_o$  (Index  $o$ : *outgoing* = ausgehend) in die Richtung  $\vec{\omega}$ .  $\vec{n}_x$  ist die Oberflächennormale:

$$L_o(x, \vec{\omega}) = \frac{d^2 \Phi_o(x, \vec{\omega})}{(\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}) d\vec{\omega} dA_x} \quad (3.8)$$

Zur Approximation von  $L_o(x, \vec{\omega})$  wird der differentielle Raumwinkel durch einen kleinen



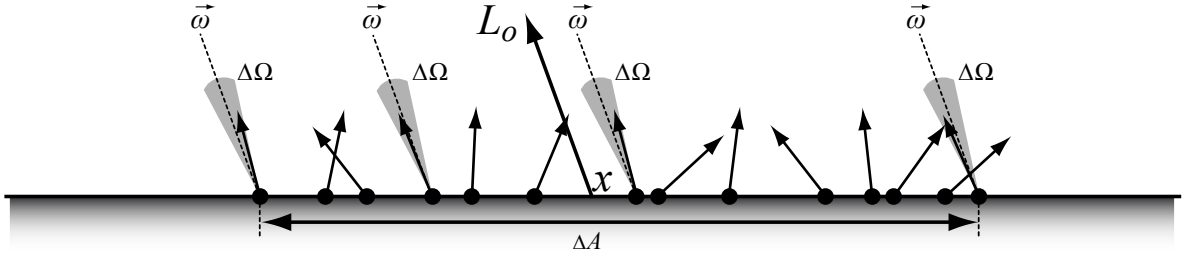
**Bild 3.45:** Simulierte Photonen mit Leuchte  $L_o$  in Richtung  $\vec{\omega}$  (3.8)

Raumwinkel  $\Delta\Omega$  und die differentielle Fläche  $dA_x$  durch  $\Delta A$  ersetzt. Der Lichtstromanteil aller Photonen innerhalb von  $\Delta A$  um  $x$  und innerhalb von  $\Delta\Omega$  um  $\vec{\omega}$  werden für die Dichteschätzung aufsummiert (der Gültigkeitsbereich wird als  $C$  bezeichnet):

$$L_o(x, \vec{\omega}) \approx \frac{\sum_{p \in C} \Phi_p}{(\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}) \Delta\Omega \Delta A} \quad (3.9)$$

$\Delta A$  ist der Flächeninhalt des Schnittes der Oberfläche mit einer Kugel um  $x$  (Kreisfläche). Gleichung (3.9) ist formal wie folgt definiert:

$$L_o(x, \vec{\omega}) \approx \frac{1}{(\vec{n}_x \bullet \vec{\omega}) \Omega_\alpha \pi r^2} \sum_{p=1}^n K(\|x - c_p\|, \angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_p)) \Phi_p \quad (3.10)$$



**Bild 3.46:** Bestimmung der Photonen in  $C$ , definiert durch  $\Delta A$  um  $x$  und  $\Delta\Omega$  um  $\vec{\omega}$

mit 
$$K(d, \beta) = \begin{cases} 1 & \text{falls } d \leq r \text{ und } \beta \leq \alpha \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

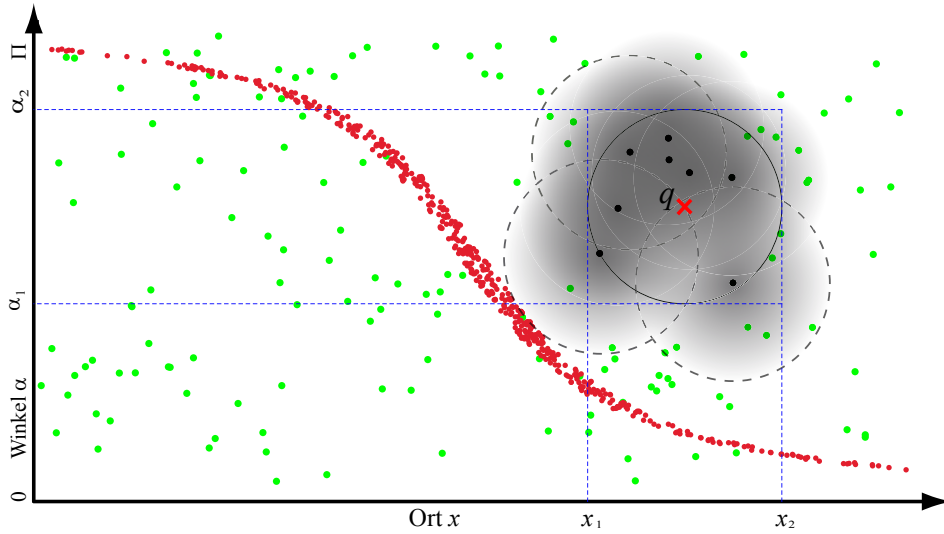
Hier ist  $c_p$  die Ortskoordinate,  $\vec{\omega}_p$  die Richtung des Photons und  $\Phi_p$  dessen Lichtstromanteil.  $\|x - c_p\|$  bezeichnet den Euklidischen Abstand und  $\angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_p)$  den Winkel zwischen  $\vec{\omega}$  und dem Photon. Es wird hier angenommen, dass die Fläche um  $x$  planar ist und somit  $\Delta A = \pi r^2$  gilt. Der Raumwinkel  $\Omega_\alpha$  ist der Flächeninhalt des Bereichs der Einheitskugel, der durch die Richtungen begrenzt wird, die mit  $\vec{\omega}$  den Winkel  $\alpha$  einschließen.

Bei Gleichung (3.10) handelt es sich um eine einfache Kerndichteschätzung mit uniformem Kern; mit  $r$  als Bandbreite der Orts- und  $\alpha$  als Bandbreite der Richtungsdimension. In den nachfolgenden Kapiteln wird erläutert, wie das Verhältnis zwischen  $r$  und  $\alpha$  zu wählen ist, wie die Bandbreite festgelegt wird und wie aus der Dichteschätzung gängige Kerne auf dieses Verfahren angewandt werden können. Zudem wird die Frage der lokalen Adaptivität der Bandbreite und die Effizienz der Berechnung thematisiert.

### 3.5.4 Dichteschätzung im Ort-Richtungs-Raum

Im Kapitel 2.6 ist allgemein der Kerndichteschätzer und die k-Nächste-Nachbarn-Methode ( $k$ NN-Methode) beschrieben. In dieser Arbeit werden jene Methoden auf die Verteilung der simulierten Photonen eines unbekannten Lichtfeldes angewendet, um den Verlauf des Lichtfeldes zu rekonstruieren. Als Veranschaulichung dient hier nochmals das Linien-Lichtfeld (vgl. Bild 3.39). Die simulierten Photonen des Linien-Lichtfeldes aus Bild 3.47 sind entsprechend der unbekannten Lichtfeldverteilung generiert worden. Um den Lichtfeld-Schnitt für eine bestimmte Ansicht zu berechnen, muss entlang des Schnitts innerhalb der Pixel die Photonendichte im Ort-Richtungs-Raum, die Leuchtdichte, bestimmt werden.

Bei der allgemeinen Kerndichteschätzung wird ein Kern über jede Realisierung (Photon) platziert. An der Auswertungsstelle  $q$  wird dann durch Addition der sich an dieser Stelle überlappenden Kerne die Dichte in  $q$  ermittelt. Für  $q$  sind alle Photonen relevant, die maximal eine halbe Kernbreite  $h$  von  $q$  entfernt sind. In Bild 3.47 sind alle Photonen des Linien-Lichtfeldes hervorgehoben, deren Kerne relevant für den exemplarisch gewählten



**Bild 3.47:** Photonen des Linienlichtfeldes, vgl. Bild 3.39;  $k$ NN-Methode zur Dichteschätzung im Punkt  $q$  mit  $k = 8$  und zweidimensionalem Dreieckskern

Auswertepunkt  $q$  sind. Es kann somit für jeden Punkt der Verteilung ein Dichtewert bestimmt werden.

Der Anforderung aus Kapitel 3.1, dass die Information der Simulation optimal genutzt werden soll, wird durch die Verwendung der  $k$ NN-Methode Rechnung getragen. Es handelt sich dabei um eine adaptive Anpassung der Kernbandbreite durch die Approximation der lokalen Dichte um  $q$ . Hierbei wird der Abstand zum  $k$ . nächsten Nachbarn ausgehend von  $q_1$  bestimmt und dieser Abstand als halbe Kernbreite  $h_1$  für die Kerndichteschätzung eingesetzt. In Bild 3.47 werden die 8 nächsten Nachbarn zu  $q$  gesucht und deren jeweilige Kerne in dem Punkt  $q$  aufsummiert. Die Bandbreite  $h_k$ , durch die nach Gleichung (2.14) geteilt werden muss, wird durch der Fläche des Kerns um  $q$  bestimmt.

Hier wird der Integrationsbereich sichtbar, der für die Dichteschätzung vorzugeben ist. Anders als beim Histogramm, wo  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  den Winkel- und  $x_1$  und  $x_2$  den Ortsbereich bestimmen, über den integriert wird, ist hier die Kernfläche um  $q$  direkt das Produkt (eigentlich: *Fläche*\**Winkelbereich*). Ein konkreter Winkel- und Ortsbereich für die Leuchtdichteschätzung ist somit nicht anzugeben, da maximal  $\alpha_2 - \alpha_1$  gilt, wo der Ortsbereich gegen 0 konvergiert.

Für den Lichtfeldschnitt des Flächen-Lichtfeldes müssen zur Leuchtdichteschätzung zwei Fragen geklärt werden. Zum einen muss für einen nicht euklidischen Raum eine Metrik entworfen werden, um die Nachbarschaft zu definieren. Zum anderen muss ein Kern konstruiert werden, der im vierdimensionalen Raum bestimmt ist.

### 3.5.5 Metrik für den Ort-Richtungs-Raum

Bild 3.47 zeigt kreisrunde Kerne in einem Ort-Richtungs-Raum. Diese erscheinen rund, da für einen gewissen Betrag  $\Delta x$  des Ortes ein konkretes  $\Delta\alpha$  festgelegt wurde. Es bedarf einer Metrik, um in einem Raum, der aus nicht konformen Dimensionen besteht, Abstände bestimmen zu können. Die Metrik legt die Beziehungen der Dimensionen untereinander fest.

Folgende Bezeichnung soll ab hier gelten:  $p$  bezeichnet das Photon,  $q$  den Auswertepunkt,  $c_q$  und  $\vec{\omega}_q$  jeweils die Ort- und Richtungs-Komponente von  $q$ .  $p$  und  $q$  werden auch als Punkte im Ort-Richtungs-Raum bezeichnet.

Es ist möglich, jeweils das  $p$  und  $q$  als Strahl (Startpunkt und Richtung) im  $\mathbb{R}^3$  zu sehen und deren Abstand über folgende Metrik (Distanzfunktion)  $d'$  zu definieren:

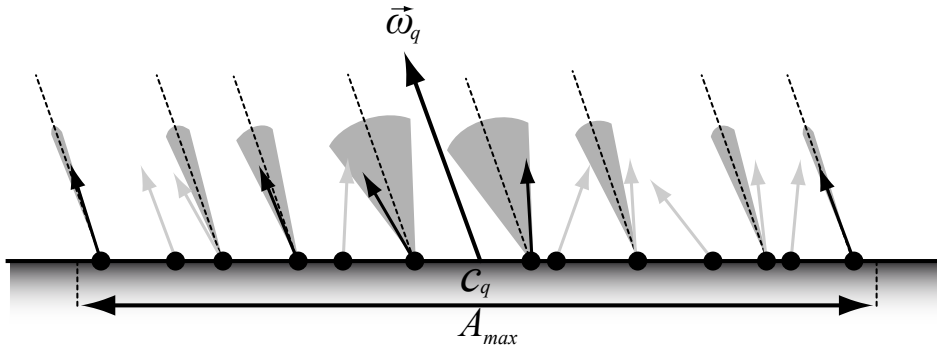
$$d'(p, q) = \sqrt{\|c_p - c_q\|^2 + (\lambda \angle(\vec{\omega}_p, \vec{\omega}_q))^2} \quad (3.11)$$

Über den Faktor  $\lambda$  mit  $\lambda > 0$  wird das Verhältnis zwischen den Ort- und Richtungs-Dimensionen eingestellt. Je größer  $\lambda$  ist, desto größer ist der Einfluss des Winkels auf  $d'$ . Sowohl für  $p$  als auch für  $q$  wird die Richtung immer in Vektorform angegeben. Um die Metrik  $d'$  zu verwenden, müssen für die Winkelberechnung mehrere trigonometrische Funktionen bestimmt werden (siehe [Bro95]). Da trigonometrische Berechnungen sehr aufwendig sind, wird im Normalfall in der Simulation und Computergrafik darauf verzichtet und die Vektorrechnung für Reflexion und Brechung verwendet. Auch an dieser Stelle muss aus Effizienzgründen bei der Suche nach den nächsten Nachbarn mit spatialen Datenstrukturen auf trigonometrische Funktionen verzichtet werden. Daher wird hier folgende Metrik verwendet:

$$d(p, q) = \sqrt{\|c_p - c_q\|^2 + \|\lambda \vec{\omega}_p - \lambda \vec{\omega}_q\|^2} \quad (3.12)$$

$d$  ist eine sechsdimensionale Euklidische Metrik. Sie geht davon aus, dass die Richtungsdimension ebenfalls eine dreidimensionale Ortsdimension ist, bei welcher die Distanz über den Abstand von jeweils zwei Punkten auf der Einheitskugel bestimmt wird. Hier wird der Winkel im Bogenmaß mit dem Abstand der Spitzen der Einheitsvektoren  $\vec{\omega}_p$  und  $\vec{\omega}_q$  gleichgesetzt. Der Fehler,  $(\alpha - b)$ , ist bei ähnlichen Winkeln, besonders bei großen Werten für  $\lambda$ , sehr klein, da der Sinus für kleine Winkel nahezu linear verläuft. Für  $b$ , den Betrag des Differenzvektors, gilt  $b = 2 \sin(\alpha/2)$ .

Es ist festzuhalten, dass mit Hilfe eines Skalierungsfaktors  $\lambda$  ein jedes Photon als Punkt in einem skalierten Euklidischen 6D-Raum vorliegt. Mit Hilfe einer 6D-Metrik kann die Dichteschätzung vorgenommen werden. Der Vorteil einer solchen Metrik  $d$  ist aus Sicht der Dichteschätzung, dass Photonen mit einer geringen Abweichung im Ort und großer Abweichung in der Richtung sowie Photonen mit großer Abweichung im Ort und geringer Abweichung in der Richtung gleichermaßen berücksichtigt werden (vgl. Bild 3.47). Vorteilhaft ist ebenfalls, dass der Einfluss des Photons auf die geschätzte Leuchtdichte



**Bild 3.48:** Photonen Linien-Lichtfeld; Gewichtung zwischen Ort und Richtung mit Metrik  $d$ ; je kleiner Orts-Abstand jedes Photons  $p$  zu  $q_c$  ist, desto größer kann seine Richtungsabweichung von  $\vec{\omega}_q$  sein; vgl. Ort-Richtungsdiagramm von Bild 3.47

desto größer ist, je „näher“ es in Ort *und* Richtung zum Auswertepunkt  $q$  liegt. Aufgrund der Einbeziehung der Richtung hat die Distanz jedoch nicht die anschauliche Bedeutung wie bei der zweidimensionalen Dichteschätzung für die Beleuchtungsstärke (siehe Kapitel 2.6.2). Der Abstand  $d$  zwischen  $p$  und  $q$  kann sich durch jede Kombination aus Ort- und Richtungs-Abstand ergeben. Die Photonen könnten im Ort die Distanz  $d$  haben und in der Richtung identisch sein. Sie könnten jedoch auch in ein und demselben Ort liegen und den Richtungsabstand  $d$  haben. Dazwischen sind alle Kombinationen von Orts- und Richtungsabstand zwischen diesen beiden Extrema möglich (vgl. Bild 3.48).

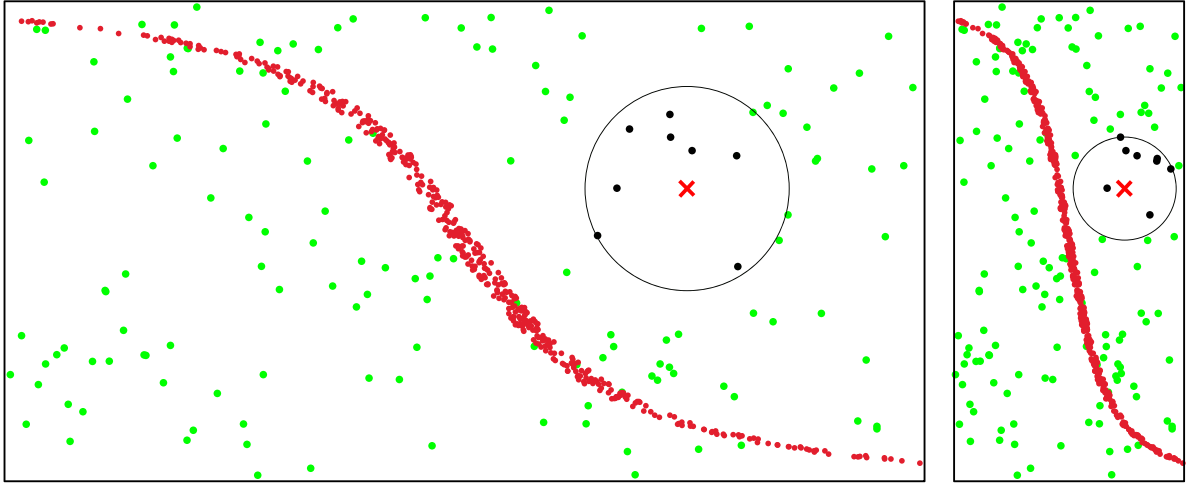
Bild 3.49 zeigt exemplarisch für das Linien-Lichtfeld den Einfluss des Skalierungsfaktors  $\lambda$ , also ein verändertes Ort-Richtungs-Verhältnis. Links in Bild 3.49 ist der Einfluss des Ortes vier mal kleiner als rechts.  $\lambda$  ist links somit viermal so groß wie rechts, was bei einer  $k$ Nächste-Nachbarn-Suche für  $q$  andere Punkte im Ort-Richtungs-Raum zur Folge hat. Die Methode 2 ist aufgrund der euklidischen Metrik besonders schnell zu berechnen, da unter Verwendung von quadratischen Abständen die Suche nach den nächsten Nachbarn besonders effizient ist.

### 3.5.6 Definition des 6D-Kerns für die Dichteschätzung

Nach Untersuchungen von Silverman [Sil86] ist die Wahl des Kerns für den eindimensionalen Fall nicht relevant für den Fehler der Kerndichteschätzung. Der einfachste Kern, der uniforme Kern, ist als konstante Funktion über die Bandbreite bzw. Kernbreite  $h$  bestimmt, weist jedoch am Rand Unstetigkeit auf (siehe Bild 2.6). Durch Addition werden wiederum Unstetigkeiten in der geschätzten Funktion auftreten. Wenn die Funktion stetig sein soll, muss für die Kerndichteschätzung der Kern ebenfalls stetig sein.

Neben der Stetigkeit des Kerns werden folgende Anforderungen an den Kern gestellt:

- Stetigkeit des Kerns über seinen Definitionsbereich



**Bild 3.49:** *links:* Nächst-Nachbarn-Suche (8 Nachbarn) mit Ort-Richtungsverhältnis  $a : 1$ ; *rechts:* Nächst-Nachbarn-Suche mit Ort-Richtungsverhältnis  $a : 4$

- leichte Evaluierbarkeit des Kerns (schnelle Berechnung)
- Symmetrie des Kerns

Um diese Anforderungen zu erfüllen, findet bei Methode 2 der radial symmetrische Epanechnikov-Kern Verwendung. Zum einen verursacht ein radial symmetrischer Kern weniger Bias als der entsprechende Produkt-Kern (siehe [Wan95]). Zum anderen wird die Symmetrie-Eigenschaft des Kerns für die in den nächsten Abschnitten beschriebenen Eigenschaften nötig.

Gleichung (3.10) kann mit der Metrik  $d$  weiterentwickelt werden. Statt den Ortsabstand und den Winkel separat zu betrachten, wird der Wert des Kerns nun vom Abstand des Photons  $p$  zu Auswertungspunkt  $(x, \vec{\omega})$  gemäß  $d$  abhängig gemacht. Die Bezeichnung  $K(p, x, \vec{\omega})$  für den Kern verweist auf die Abhängigkeit.

Um den Epanechnikov-Kern im Ort-Richtungsraum verwenden zu können, muss dieser in einen 6D-Kern modifiziert werden, sodass bei der Dichteschätzung der Gesamtstrahlungsfluss des Flächen-Lichtfeldes nicht verändert wird. In der Dichteschätzung für die Dichtefunktion  $\hat{f}$  muss das Integral über dem Definitionsbereich „1“ ergeben, damit  $\hat{f}$  als Dichtefunktion gilt. Eine ähnliche Bedingung gilt für den Gesamtlichtstrom:

$$\Phi_{ges} = \int_A \int_{\Omega_x} L(x, \vec{\omega}) (\vec{\omega} \bullet \vec{n}_x) d\vec{\omega} dx \quad (3.13)$$

mit  $\Omega_x$  als Hemisphäre im Auswertungspunkt  $x$  um die Flächennormale  $\vec{n}_x$  und  $A$  als Fläche, deren Lichtfeld rekonstruiert wird. Der Gesamtlichtstrom  $\Phi_{ges}$  ergibt sich auch aus der Summe aller Teillichtströme jedes im Photonensatz gespeicherten Photons. Der Beitrag



eines jeden Photons zur geschätzten Leuchtdichte muss  $\Phi_p$  betragen.

$$\begin{aligned}\Phi_{ges} &= \int_A \int_{\Omega_x} \sum_{p=1}^n K(p, x, \vec{\omega}) \Phi_p d\vec{\omega} dx \\ &= \sum_{p=1}^n \left( \Phi_p \int_A \int_{\Omega_x} K(p, x, \vec{\omega}) d\vec{\omega} dx \right) = \sum_{p=1}^n \Phi_p\end{aligned}\quad (3.14)$$

Für den Kern wird gefordert, dass das Integral des Kerns über den Integrationsbereich  $A \times \Omega_x$  „1“ ist:

$$\int_A \int_{\Omega_x} K(p, x, \vec{\omega}) d\vec{\omega} dx = 1 \quad (3.15)$$

Für die Metrik  $d$  wurde die Menge  $A \times \Omega_x$  in den sechsdimensionalen Raum  $\mathbb{R}^6$  eingebettet, weshalb ein sechsdimensionaler Kern notwendig ist. Der radial symmetrische Kern basiert auf dem euklidischen Abstand der Datenpunkte zum Auswertepunkt. Durch die Multiplikation der Richtungsvektoren mit dem Skalierungsfaktor  $\lambda$  kann ein radial symmetrischer Kern ohne Modifikation der Metrik eingesetzt werden. Die Metrik  $d$  wirkt jedoch durch  $\lambda$  implizit.

Das Beispiel der Schätzung der Beleuchtungsstärke mit der  $k$ NN-Methode basiert auf dem Abstand der Photonen im Raum, obwohl die Photonen auf einer Oberfläche liegen (siehe Kapitel 2.6.2). Hier wird die Annahme der lokalen Planarität in dem Bereich von Fläche  $A$  angenommen, in dem die  $k$  nächsten Nachbarn zu finden sind. Dabei wird statt einem 3D-Kern ein 2D-Kern verwendet, in den die 3D-Abstände der Photonen zum Auswertepunkt  $x$  verwendet werden. Wenn  $A$  innerhalb des Suchradius planar ist, bildet die Schnittfläche von  $A$  mit der Kugel in  $x$  gerade den Kreis, der den Träger des 2D-Kerns darstellt. In diesem Beispiel entsteht somit kein Fehler durch die Verwendung von 3D-Abständen.

Bei der Dichteschätzung für die Leuchtdichte wird eine ähnliche Lösung auf der Kerndefinition von Silverman konstruiert. Er gibt in [Sil86] eine allgemeine Form für radial symmetrische Epanechnikov-Kerne an:

$$K(\mathbf{x}) = \begin{cases} (2c_d)^{-1} (d+2)(1 - \mathbf{x}^T \mathbf{x}) & \text{falls } \mathbf{x}^T \mathbf{x} < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.16)$$

Die Funktion  $(1 - \mathbf{x}^T \mathbf{x})$  bestimmt die Form des Kerns. Der Faktor  $(2c_d)^{-1} (d+2)$  dient der Normalisierung, die für die Verwendung von  $K$  im Ort-Richtungs-Raum berechnet werden muss. Dafür wird die Notation für die Abstände zwischen Leuchtdichteauswertepunkt  $q$  und Photon  $p$  an die Notation der Dichteschätzung angepasst, indem die Ort- und Richtungs-Koordinaten zu einem sechsdimensionalen Vektor zusammengefasst werden:

$$\mathbf{x}_{pq} = \begin{pmatrix} c_p - c_q \\ \vec{\omega}_p - \vec{\omega}_q \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Jeweils  $c$  und  $\vec{\omega}$  sind dreidimensional. Bei der Dichteschätzung werden die Photonen berücksichtigt, die nach der Metrik  $d$  maximal den Abstand  $h$  zum Leuchtdichteauswertungspunkt  $q$  haben. Mit

$$H = \text{diag}(h, h, h, \lambda^{-1} \cdot h, \lambda^{-1} \cdot h, \lambda^{-1} \cdot h) \quad (3.18)$$

enthält die Menge  $\{\mathbf{x}_{pq} | (H^{-1}\mathbf{x}_{pq})^T (H^{-1}\mathbf{x}_{pq}) < 1\}$  alle Differenzvektoren, für die der Abstand von  $p$  zu  $q$  nach  $d$  kleiner ist als die Bandbreite  $h^1$ . Unter Berücksichtigung der Bandbreitenmatrix  $H$  lautet der nicht normalisierte Epanechnikov-Kern

$$\mathcal{K}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 - (H^{-1}\mathbf{x})^T (H^{-1}\mathbf{x}) & \text{falls } (H^{-1}\mathbf{x})^T (H^{-1}\mathbf{x}) < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Der nach Gleichung (3.15) normalisierte Kern  $K$  ergibt sich, indem  $\mathcal{K}$  durch das Integral von  $K$  über  $A \times \Omega_x$  geteilt wird. Als Vereinfachung wird  $\mathcal{K}$  durch das Integral über  $A \times \Theta_x$  geteilt, wobei  $\Theta_x$  die an der Stelle  $x$  zentrierte Einheitskugel ist:

$$K(\mathbf{x}_{pq}) = \frac{\mathcal{K}(\mathbf{x}_{pq})}{\int_A \int_{\Theta_x} \mathcal{K}(\mathbf{x}_{pq}) d\vec{\omega}_q dc_p} \quad (3.19)$$

Der Übersicht halber ist die Herleitung des Integrals im Anhang A.6 abgebildet. Das Integral ergibt  $(6\lambda^2)/(\pi^2 h^4)$ , womit der Kern  $K_H(\mathbf{x})$  für den Ort-Richtungs-Raum bestimmt werden kann:

$$K_H(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{6\lambda^2}{\pi^2 h^4} (1 - (H^{-1}\mathbf{x})^T (H^{-1}\mathbf{x})) & \text{falls } (H^{-1}\mathbf{x})^T (H^{-1}\mathbf{x}) < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.20)$$

Die Berechnung des Kerns beinhaltet keine trigonometrischen Funktionen, lediglich Multiplikation und Subtraktion. Mit dem Kern  $K_H$  kann Gleichung (3.10) weiterentwickelt und die Formel für die Kerndichteschätzung im Ort-Richtungsraum definiert werden:

$$\hat{L}_o(x, \vec{\omega}) = \frac{1}{(\vec{n}_x \bullet \vec{\omega})} \sum_{p=1}^n K_H \left( \frac{x - c_p}{\vec{\omega} - \vec{\omega}_p} \right) \Phi_p \quad (3.21)$$

mit

$$H = \text{diag}(h, h, h, \lambda^{-1} h, \lambda^{-1} h, \lambda^{-1} h)$$


---


$${}^1\text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & x_n \end{pmatrix}$$

Die Bandbreite  $h$  kann entweder als globaler Glättungsparameter für die Kerndichteschätzung definiert werden oder durch den  $k$  nächsten Nachbarn bestimmt werden (siehe Kapitel 2.6 und 2.6.1).

In Kapitel 3.3.1 ist aufgezeigt, dass es sich bei dem durch simulierte Photonen repräsentierten Flächen-Lichtfeld um eine vierdimensionale Funktion handelt. Die Dichteschätzung des Lichtfeldes könnte generell im 4D-Raum stattfinden, wird jedoch durch die verwendete Metrik vom 4D- in den 6D-Raum projiziert. Durch den im Anhang A.5 beschriebenen „Fluch der Dimensionalität“ sollten Probleme bei der Dichteschätzung entstehen, wenn die Dimension der zu schätzenden Verteilung in einen höherdimensionalen Raum projiziert wird. Im Gegenteil, in der Literatur wird empfohlen, in einen niedrigerdimensionalen Raum zu transformieren.

Bei der Kerndichteschätzung im Ort-Richtungs-Raum führt die Erweiterung um die zwei redundanten Dimensionen jedoch aus zwei Gründen nicht zur Verschlechterung. Zum einen wird die Dichte nur in einem 4D-Teilraum des 6D-Raums ausgewertet. Die Leuchtdichte wird nur für Paare  $x, \vec{\omega}$  berechnet, bei denen  $x$  auf der Oberfläche  $A$  liegt und  $\vec{\omega}$  die Länge „1“ bzw.  $\lambda$  hat.

Zum anderen werden unter der Annahme der lokalen Planarität bei der Suche der  $k$  nächsten Nachbarn im 6D-Raum dieselben Photonen gefunden wie bei der Suche in dem ursprünglichen 4D-Raum, wenn dort die Distanzfunktion  $d'$  (vgl. Gleichung (3.11)) verwendet werden würde.

An dieser Stelle ist zu betrachten, welchen Einfluss die Approximation des Winkels durch den Betrag des Differenzvektors auf die Dichteschätzung hat.  $N_k$  sei hier die Menge aller  $k$  nächsten Nachbarn zu  $q$  gemäß  $d$  und  $N'_k$  die entsprechende Menge nach  $d'$ . Bei der Suche nach den nächsten Nachbarn ist eindeutig  $N_k = N'_k$ , wenn einerseits rein nach der Ortskomponente gesucht wird, da hierfür  $d = d'$  und andererseits, wenn rein nach der Richtungskomponente gesucht wird, da der euklidische Abstand mit dem Winkel streng monoton wächst.

Bei der kombinierten Suche kann  $N_k \neq N'_k$  der Fall sein, da der Betrag des Differenzvektors zweier Richtungsvektoren kleiner ist als der Winkel zwischen den Vektoren. Anstatt eines Photons  $u$  in  $N'_k$  kann in  $N_k$  ein Photon  $v$  enthalten sein, das einen größeren Richtungs- und einen kleineren Ortsabstand zu  $q$  hat als  $u$ . Exemplarisch sei hier:

$$\begin{array}{llll} \|c_q - c_u\| = 100,18 & \angle(\vec{\omega}_q, \vec{\omega}_u) = 60,0^\circ & \Rightarrow & \|\vec{\omega}_q - \vec{\omega}_u\| \approx 1,0000 \\ \|c_q - c_v\| = 100,00 & \angle(\vec{\omega}_q, \vec{\omega}_v) = 60,1^\circ & \Rightarrow & \|\vec{\omega}_q - \vec{\omega}_v\| \approx 1,0015 \end{array}$$

dann ergeben  $d$  und  $d'$  mit  $\lambda = 100$ :

$$\begin{array}{ll} d'(q, u) \approx 144,9216 & < d'(q, v) \approx 144,9235 \\ d(q, u) \approx 141,5487 & > d(q, v) \approx 141,5282 \end{array}$$

Dieser Unterschied bei der Suche nach dem  $k$  nächsten Nachbarn ist in der Praxis jedoch nicht von Relevanz, da die Unterschiede zwischen  $d'(q, u)$  und  $d'(q, v)$  bzw.  $d(q, u)$  und  $d(q, v)$  trotz des unüblich großen Winkels sehr klein sind.

Die Vorteile der Dichteschätzung im 6D-Raum, wie Einfachheit der Metrik und Geschwindigkeit der Berechnung, gleichen die Nachteile, wie die geringe Erhöhung der Datenmenge und den Approximationsfehler durch  $d$  eindeutig aus.

### 3.5.7 Verhältnis zwischen Ort und Richtung

Neben der Bandbreite  $h$ , die entweder fest oder durch den Abstand zum  $k$ -ten nächsten Nachbarn festgelegt wird, ist auch  $\lambda$  ein Bandbreitenparameter.  $\lambda$  definiert das Verhältnis zwischen den Orts- und Richtungs- Dimensionen nach

$$H = \text{diag}(h, h, h, \lambda^{-1} \cdot h, \lambda^{-1} \cdot h, \lambda^{-1} \cdot h)$$

Die Bandbreite im Ort ist  $h$  und in der Richtung  $\lambda^{-1} h$ . Ein kleines  $\lambda$  führt zu einer vergleichsweise großen Bandbreite in der Richtung, wodurch Richtungs-Bias entsteht (siehe Kapitel 2.7). Dies würde z. B. in dem Lichtfeld sichtbar werden, wenn ein lokales Merkmal nur in eine klar definierte Richtung ausgeprägt ist, aber durch das Richtungs-Bias bei der wechselnden Betrachtung nicht schlagartig, sondern fließend verschwindet. Umgekehrt kann ein großes  $\lambda$  zu starkem Richtungs-Rauschen führen, was eine zufällige, in der zu rekonstruierenden tatsächlichen Verteilung nicht vorhandene Änderung der Leuchtdichte zur Folge hat, falls die Auswerterichtung nur leicht geändert wird.

Äquivalent wirkt sich  $\lambda$  auf den Ort aus. Wenn  $\lambda$  groß ist, werden bei der  $k$ NN-Methode Photonen gefunden, deren Abweichung im Ort groß ist. Das führt entsprechend zu Orts-Bias. Umgekehrt führt ein zu kleines  $\lambda$  zu Orts-Rauschen, da eher Photonen nach ihrer Richtungskomponente gefunden werden.

Ein ungeeignetes Verhältnis zwischen Ort und Richtung hat ähnliche Auswirkungen auf Bias und Varianz wie eine ungeeignete Bandbreite. Während bei der herkömmlichen Dichteschätzung lediglich zwischen Bias und Varianz unterschieden wird, ist hier in diesem neuen Fall die Unterscheidung von Orts-Rauschen und Richtungs-Bias auf der einen Seite und Orts-Bias und Richtungs-Rauschen auf der anderen Seite notwendig:

$$\begin{array}{ccc} \text{Orts-Rauschen} & \xLeftrightarrow{\lambda} & \text{Orts-Bias} \\ \text{Richtungs-Bias} & & \text{Richtungs-Rauschen} \end{array}$$

Somit muss für die Dichteschätzung im Ort-Richtungs-Raum neben dem Bandbreitenparameter  $h$  bzw. für die Anzahl der  $k$  nächsten Nachbarn auch der Skalierungsfaktor  $\lambda$  festgelegt werden.

Wäre das zu rekonstruierende Lichtfeld bekannt, könnte das optimale Verhältnis zwischen Ort und Richtung bestimmt werden. Für jede Kombination von  $h$  und  $\lambda$  würde der integrierte Fehler der geschätzten Leuchtdichte gegenüber dem realen Lichtfeld bestimmt werden. Das Verhältnis wäre dann optimal, wenn dieser Fehler auch minimal wäre. Da das Lichtfeld jedoch nicht bekannt ist, sind zwei Ansätze entwickelt worden, die eine automatisierte Bewertung von  $\lambda$  ermöglichen:

Die erste Variante basiert auf dem sechsdimensionalen Dichtegradienten. Dieses Verfahren weist jedoch das Problem auf, dass der geschätzte Gradient aufgrund von Rauschen und Bias stark vom tatsächlichen Gradienten des Lichtfeldes abweicht. Dies gilt insbesondere, da für  $\lambda$  ein Startwert bestimmt werden muss, welcher bereits zu einem schlecht geschätzten Gradienten der Dichte führt.

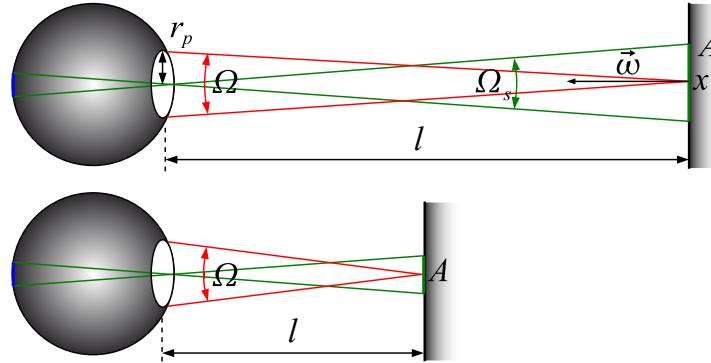
Der zweite verfolgte Ansatz basiert darauf, dass für die Rekonstruktion der Leuchtdichte die Physiologie des Auges und deren geometrische Beziehung Pate steht:

#### **Festlegung von $\lambda$ über einen Betrachter**

Um den Ansatz über die Physiologie des Auges realisieren zu können, ist eine modellhafte Abstraktion des Auges nötig. Hierfür wird das Auge als einfache Kugel mit einem Loch als Pupille modelliert (siehe Bild 3.50 (oben)). Gegenüber der Pupille befindet sich ein für die Netzhaut repräsentatives Stäbchen, dass auf der optischen Achse der Pupille liegt. Parameter des Modells sind: Radius der Pupille  $r_p$  und Raumwinkel  $\Omega_s$ , der von einem Stäbchen vom Brennpunkt aus eingenommen wird. Bild 3.50 (oben) zeigt auf, wie sich die projizierte Fläche  $A$  des Stäbchens auf einem senkrecht zur optischen Achse aufgespannten Schirm ergibt. Der Raumwinkel  $\Omega$  beschreibt den von der Pupille eingenommenen Raumwinkel bezüglich  $x$ . Der Lichtreiz auf dem Stäbchen wird durch den Lichtstrom verursacht, der von  $A$  abgestrahlt wird und auf das Stäbchen fällt.

Bild 3.50 zeigt, dass sich das Verhältnis von  $A$  und  $\Omega$  mit der Entfernung  $l$  des Auges zur Ebene ändert. Je weiter das Auge vom Objekt entfernt ist, desto größer ist die projizierte Fläche und desto kleiner wird der von der Pupille eingenommene Raumwinkel. Hieran ist zu erkennen, dass bei der Aufnahme des Hellreizes das Auge über Ort- und Richtungs-Bereiche mittelt, deren Verhältnis von der Entfernung  $l$  zum betrachteten Objekt abhängt. Die projizierte Fläche  $A$  ergibt sich aus  $A \approx l^2 \Omega_s$ . Für den Parameter  $r_p$  sind Werte von  $1 - 4 \text{ mm}$  denkbar, hier wurde  $r_p = 2 \text{ mm}$  fest definiert. Für  $\Omega_s$  wird von einer quadrierten Bogenminute mit  $\Omega_s \approx 8,5 \cdot 10^{-8} \text{ sr}$  ausgegangen. Es wird davon ausgegangen, dass der von der Pupille überdeckte Richtungs-bereich mit  $\Omega$  durch eine maximale Winkelabweichung von  $\alpha$  um  $\vec{\omega}$  bestimmt wird.  $\alpha$  kann somit als Richtungsbandbreite verwendet werden. Der Radius des Kreises mit der Fläche  $A$  ist  $r = \sqrt{A/(2\pi)}$ . Für den Winkel  $\alpha$  gilt dann:  $\alpha = \arccos(1 - \Omega/(2\pi))$ . Eingesetzt ergibt das für  $r$  und  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $l$ :

$$r(l) \approx \sqrt{l^2 \Omega_s / (2\pi)} \quad \text{und} \quad \alpha(l) \approx \arccos(1 - r_p^2 / (2l^2))$$

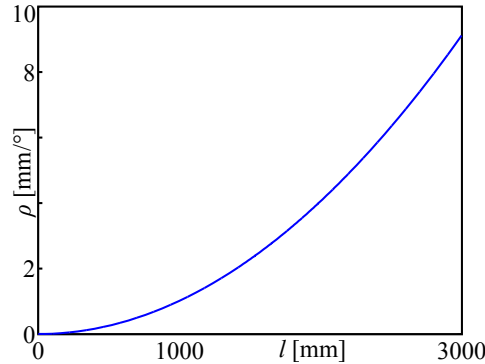


**Bild 3.50:** *oben:* einfaches Augenmodell mit projiziertem Stäbchen auf optischer Achse der Pupille; *unten:* geändertes Verhältnis von  $A$  und  $\Omega$  durch veränderte Entfernung  $l$

$r(l)$  beschreibt den Radius der projizierten Stäbchenfläche und  $\alpha(l)$  den maximalen Winkel zwischen  $\vec{\omega}$  und einem Photon mit Startpunkt  $x$  und zwar so, dass das Photon in die Pupille fällt. Hieraus lässt sich das Verhältnis  $\rho(l)$  ableiten:

$$\rho(l) = \frac{r(l)}{\alpha(l)} \approx \frac{\sqrt{l^2 \Omega_s / (2\pi)}}{\arccos(1 - r_p^2 / (2l^2))} \quad (3.22)$$

Der Anschaulichkeit halber wird  $\rho(l)$  in  $mm/^\circ$  angegeben. Umgerechnet in die Einheit  $mm/rad$  kann  $\rho(l)$  direkt als Wert für  $\lambda$  verwendet werden, da bei der Dichteschätzung der Quotient aus Orts- und Richtungsbandbreite gerade  $\lambda$  ergibt. Bild 3.51 ver-



**Bild 3.51:** Verhältnis zwischen Ort und Richtung  $\rho(l)$

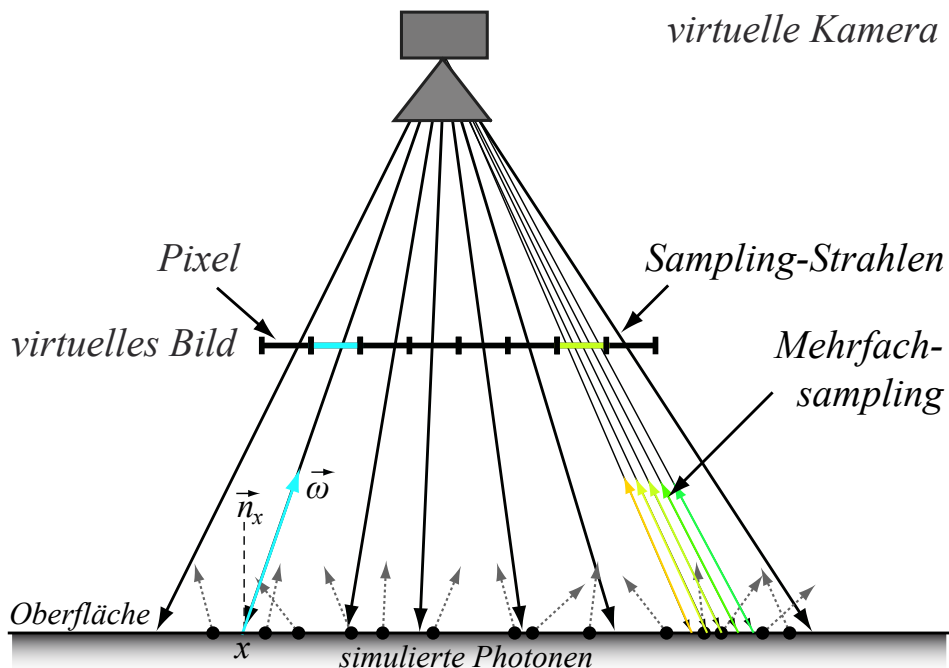
anschaulicht den Verlauf von  $\rho(l)$ . Bei einem Meter beträgt das Verhältnis genähert  $1\text{ mm}/^\circ$ , was für  $1\text{ mm}$  im Ort ca.  $1^\circ$  in der Richtungsdimension entspricht. Für eine Entfernung von  $30\text{ cm}$  bzw.  $10\text{ m}$  ergeben sich die Werte ausgehend von  $1^\circ$  einem Radius von  $0.09\text{ mm}$  bzw.  $101\text{ mm}$ . Beide Ortsbandbreiten sind praktisch nicht sinnvoll, da bei  $0.09\text{ mm}$  starkes Orts-Rauschen und bei  $101\text{ mm}$  ein großes Bias entsprechend der Größe der Leuchte entstehen würde. Daher werden hier empirisch ermittelte Minimal-

und Maximalwerte bestimmt. Das Verhältnis sollte sich in folgenden Grenzen befinden:  $0,5 \text{ mm}/^\circ \leq \rho(l) \leq 10 \text{ mm}/^\circ$ , was für  $\lambda$  folgenden Wertebereich definiert:  $30 \leq \lambda \leq 600$ . Im Fallbeispiel von Bild 3.58 wird der Wert  $\lambda = 80$  verwendet, was einer Entfernung von ca.  $1,2 \text{ m}$  entspricht.

Tatsächlich hängt aber  $\lambda$  nicht nur von der Betrachterposition ab, vielmehr entscheidet das konkret zu rekonstruierende Lichtfeld nach empirischer Parameterwahl über den Bandbreitenparameter  $\lambda$ . Dies ist ähnlich der empirischen Bandbreitenwahl bei der niedrigdimensionalen Dichteschätzung.

### 3.5.8 Generierung Leuchtdichteabbildungen

An dieser Stelle ist beschrieben, wie mit Hilfe einer virtuellen Kamera und durch die Dichteschätzung im Ort-Richtungs-Raum Leuchtdichteansichten von einem Augpunkt aus bestimmt werden können: Für die Bestimmung der Leuchtdichteverteilung hat bei Methode 2, ähnlich wie beim Vollhistogramm, das eigentliche Pixelbild keinen direkten Einfluss. Das Pixelbild dient nicht als Teil der Dichteschätzung wie in Kapitel 2.5.3, sondern ist nur eine Orientierung zur gezielten Abtastung der Leuchtdichteverteilung des

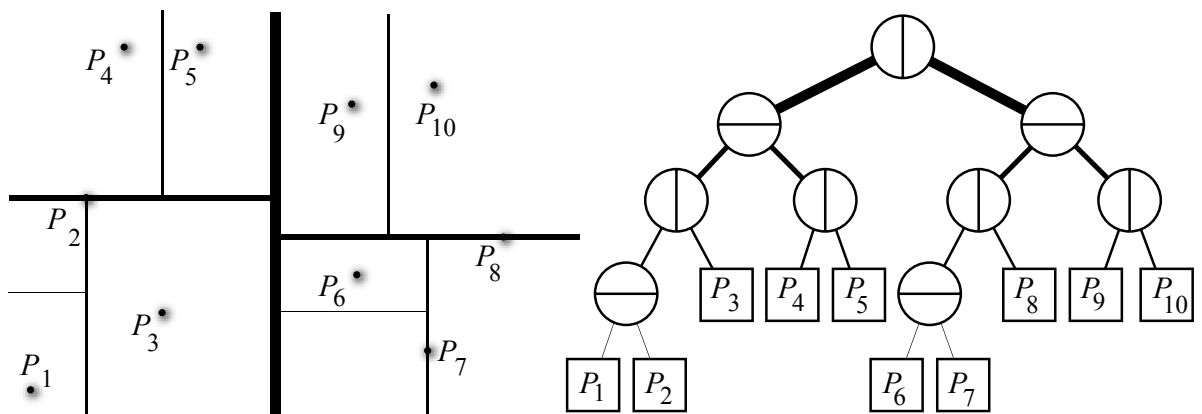


**Bild 3.52:** Generierung von Leuchtdichteansichten durch Aussenden von Sampling-Strahlen einer virtuellen Kamera und Bestimmung der Photonen-Dichte an jeweils Punkt  $x$  in Richtung  $\vec{\omega}$ ; zweiter Strahl von rechts: Mehrfach-sampling für Mittelung über Pixel

Flächen-Lichtfeldes. Für die virtuelle Kamera wird hier das Kameramodell der Lochkamera verwendet (siehe Anhang A.2). Als Verfahren wird auch hier Ray-Tracing verwendet. Beim Ray-Tracing werden ausgehend vom Augpunkt (Brennpunkt) der virtuellen Kamera Strahlen in die virtuelle Szene gesandt. Diese Strahlen werden in der Literatur Primär-, Aug- oder Gathering-Strahlen genannt. Sie dienen als Hilfsmittel, um die Stelle und die Richtung des Punktes vom Flächen-Lichtfeld zu finden, welche auf ein bestimmtes Pixel abgebildet wird. Dafür wird jeweils ein Strahl durch ein Pixel gesandt und dessen Schnittpunkt mit der Oberfläche des Flächen-Lichtfeldes bestimmt. Zusätzlich dient auch die Richtung des Strahls als Richtungskomponente des so definierten Auswertepunkts  $q$ . Entsprechend Bild 3.52 wird an der Stelle  $x$  in Richtung  $\vec{w}$  die lokale Photonendichteverteilung und somit die Leuchtdichte geschätzt. Dieser Wert wird auf das entsprechende Pixel übertragen.

Bei einer Leuchtdichteverteilung mit einer Auflösung von  $800 \times 600$  Pixeln bedeutet das im einfachen Fall 480000 Auswertepunkte, an denen im Ort-Richtungsraum die Leuchtdichte geschätzt wird. Ein Pixel der Leuchtdichteverteilung repräsentiert jedoch nicht einen bestimmten Punkt des Lichtfeldes sondern den gemittelten Wert eines bestimmten Bereiches. Um diese Mittelung zu ermöglichen, wird ein Mehrfachabtasten mit Strahlen durch unterschiedliche Bereiche eines Pixels vorgenommen (siehe Bild 3.52).

Um der Adaptivität des Flächen-Lichtfeldes gerecht zu werden, wird in dieser Arbeit das  $k$ NN-Verfahren verwendet. Hierfür müssen für jeden Auswertepunkt die  $k$  nächsten Nachbarn entsprechend der Metrik  $d$  gefunden werden. Hierfür wird eine  $n$ -dimensionale räumliche Datenstruktur verwendet, in der die Datenpunkte (Photonen) räumlich sortiert werden. Dies ermöglicht eine schnelle Suche. In Bild 3.53 ist die hier verwendete räumliche Datenstruktur des kd-Baums abgebildet. Ein kd-Baum definiert die Unterteilung eines  $k$ -dimensionalen Raumes, wobei jeder Unterteilungsschritt durch eine  $(k - 1)$ -dimensionale Ebene den Raum in zwei Bereiche teilt. Der kd-Baum ist ein Spezialfall



**Bild 3.53:** räumliche Datenstruktur kd-Baum; **links:** Punkte  $P_1$  bis  $P_{10}$  und rekursive dimensionsalternierende Unterteilung des Raumes, sodass jeweils nur 1 Punkt pro Raumsegment vorhanden ist; **rechts:** dazugehörige binäre Baumstruktur



von den allgemeinen binären Raumpartitionierungsmethoden (engl.: binary space partitioning; kurz: BSP). Als Quelle wird hier Samet [Sam89] empfohlen.

Die Suche nach den Nachbarn kann mit Hilfe solcher Suchbäume sehr effizient gestaltet werden. Als Referenzimplementierung wurde die sehr performante *ANN*-Bibliothek von Mount et al. [Ary98] verwendet. Dafür wird der Bandbreitenparameter  $\lambda$  beim Aufbau des Baumes als Skalierungsfaktor für die Richtungsdimensionen mit berücksichtigt. Ist der Baum einmal aufgebaut, wird dieser auf der Festplatte gespeichert, da er nur ein Mal aus den simulierten Photonen erzeugt werden muss.

In einer solchen, in diesem Fall sechsdimensionalen Datenstruktur, werden die Photonen des simulierten bzw. gemessenen Flächen-Lichtfeldes gespeichert. Diese Struktur ermöglicht es, sehr schnell die nächsten Nachbarn zum Auswertepunkt entsprechend der festgelegten Metrik zu finden. Über die  $k$  benachbarten Photonen werden jeweils die Kerne mit der durch den Abstand zum  $k$ -ten Nachbarn definierten Bandbreite an der Auswertestelle aufaddiert und die Leuchtdichte an dem Auswertepunkt bestimmt. Dieser Vorgang kann bei performanter Rechentechnik mehrere hunderttausende Male in nur wenigen Sekunden für eine Leuchtdichteansicht wiederholt werden.

#### 3.5.9 Testumgebung für Dichteschätzer

Die Entwicklung des Vollhistogramms ist, verglichen mit Methode 2 eher ein Problem der Bin-Definition und nicht ein Problem der Algorithmik. Bei der Entwicklung von Methode 2 sind hingegen viele Fragen aufgetreten, die eines Hilfsmittels für die Bewertung bedürfen. Es ist zu untersuchen, ob die entwickelten Formeln richtig sind und wie z. B. der Bandbreitenparameter  $\lambda$  zu interpretieren ist. Eine anschauliche und reproduzierbare Testumgebung ist notwendig, um alle Systemkomponenten während der Entwicklung zu überprüfen.

Da alle durch simulierte bzw. gemessene Photonen repräsentierten Flächen-Lichtfelder aus praktischen Gründen auf eine bestimmte sinnvolle (endliche) Anzahl von Photonen beschränkt sind, ist die Schaffung einer durch Dichteschätzung erzeugten Referenz zu Vergleichszwecken nicht hinreichend. Aus diesem Grund wird hier die Verwendung von analytischen synthetischen Lichtfeldern vorgestellt. Diesen synthetischen Lichtfeldern liegen mathematische Funktionen zu Grunde, um die Leuchtdichte analytisch berechnen zu können. Es sollen dabei die wesentlichen Problemfelder von Lichtfeldern abgedeckt werden. Insbesondere soll das Testsystem Lichtfelder mit sowohl hohen als auch niedrigen Orts- bzw. Richtungs-Frequenzen repräsentieren können. Das synthetische Lichtfeld soll durch Kombination von verschiedenen parametrischen Verteilungen, wie z. B. Normalverteilung oder Gleichverteilung, erzeugbar sein. Darüber hinaus ist es auch notwendig, dass in Ort und Richtung jeweils unterschiedliche Verteilungen gewählt werden können. Daher wird die Gesamtverteilung als Produkt von separaten Verteilungen in Ort und Richtung dargestellt. Grundlage dafür ist der Fakt aus der Wahrscheinlichkeitstheorie, dass wenn  $X_1, \dots, X_d$  voneinander unabhängige Zufallsvariablen mit den Dichten

$f_1, \dots, f_d$  sind, dann hat die  $d$ -dimensionale zusammengesetzte Zufallsvariable  $X = (X_1, \dots, X_d)$  die Dichte  $f$  mit

$$f(x_1, \dots, x_d) = f_1(x_1) \dots f_d(x_d). \quad (3.23)$$

Das Produkt der Dichtefunktion von unabhängigen Zufallsvariablen ist somit wieder eine Dichtefunktion und wird als Produktdichte bezeichnet (siehe [Kre05]). Als einzelne Dichtefunktionen im Ort werden die Gaussverteilung und die uniforme Verteilung gewählt. Die Gaussverteilung dient zur Modellierung einer langsamen Änderung des Lichtfeldes. Mit den uniformen Verteilungen können scharfe Kanten im Lichtfeld erzeugt werden (Unstetigkeiten).

Für den Richtungsanteil des synthetischen Lichtfeldes wird neben der uniformen Verteilung eine Dichtefunktion verwendet, deren Dichte mit dem potenzierten Kosinus des Winkels zu einer vorgegebenen Richtung abnimmt. Mit dieser Verteilung kann auch ein Lambert'scher Strahler simuliert werden.

Die Dichtefunktion  $f$  des synthetischen Lichtfeldes ist aus mehreren Dichtefunktionen  $f_i$  zusammengesetzt. Für jede Dichtefunktion  $f_i$  wird ein Gewichtungsfaktor  $w_i > 0$  gewählt, sodass  $\sum_{i=1}^m w_i = 1$  gilt, wobei  $m$  die Anzahl der Teilverteilungen ist. Damit wird die Dichtefunktion  $f$  des synthetischen Lichtfeldes über den zweidimensionalen Ort ( $z = 0$ ) und die Richtung  $\vec{\omega}$  als

$$f(x, y, \vec{\omega}) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x, y, \vec{\omega}) \quad (3.24)$$

definiert. Durch die Bedingung für  $w_i$  ist  $f$  eine Dichtefunktion, wenn die  $f_i$  Dichtefunktionen sind. Der Gewichtungsfaktor  $w_i$  definiert den Beitrag einer jeden Teilverteilung  $f_i$  an  $f$ .

Für den Ort werden drei Verteilungen verwendet ( $z = 0$ ). Die Funktion  $g_1(x, y)$  mit

$$g_1(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(y-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right)$$

mit  $\exp(x) = e^x$  ist das Produkt der univariaten Gaussfunktion in  $x$  und  $y$  mit den jeweiligen Mittelwerten  $\mu_1, \mu_2$  und den Standardabweichungen  $\sigma_1, \sigma_2$ .

Die uniforme Dichtefunktion mit

$$g_2(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4ab}, & \text{falls } -a \leq (x - x_0) \leq a \wedge -b \leq (y - y_0) \leq b \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

nimmt für alle in einem Rechteck mit Kantenlängen  $2a$  und  $2b$  um den Mittelpunkt  $(x_0, y_0)$  enthaltenen Punkte die Dichte  $1/(4ab)$  an. Das Integral über  $g_2$  ist eins. Die ebenfalls uniforme Funktion

$$g_3(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi ab}, & \text{falls } \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} \leq 1 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

liefert den Wert  $1/(\pi ab)$  für alle in der Ellipse um  $(x_0, y_0)$  mit den Halbachsen  $a$  und  $b$  liegenden Punkte.

Für den Richtungsanteil wird die uniforme Dichtefunktion wie folgt definiert:

$$h_1(\vec{\omega}) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi(1-\cos\alpha)}, & \text{falls } \angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_0) \leq \alpha \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

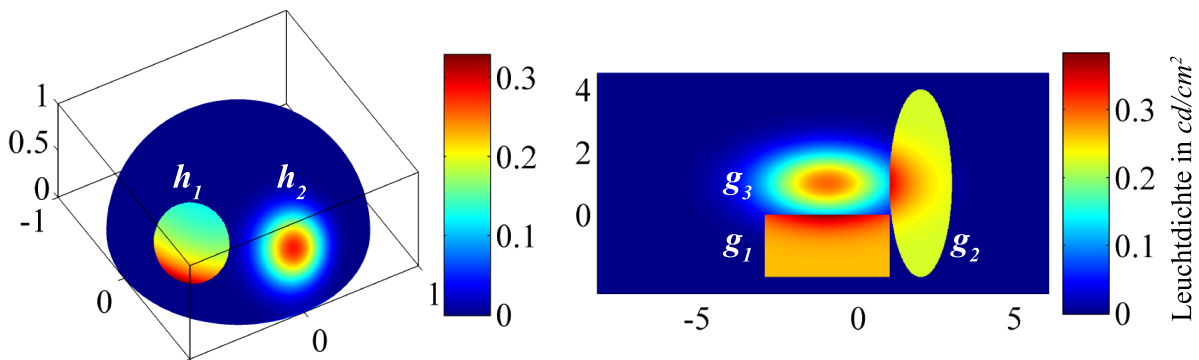
Diese Funktion liefert für alle diese Richtungen denselben Funktionswert, die mit dem Mittelwert  $\vec{\omega}_0$  maximal den Winkel  $\alpha$  einschließen.

Die zweite verwendete synthetische Richtungsverteilung ist die potenzierte Kosinus-Dichtefunktion:

$$h_2(\vec{\omega}) = \begin{cases} \frac{\cos^n(\angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_0))}{I_n}, & \text{falls } \angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_0) \leq \pi/2 \wedge (\vec{\omega} \cdot \vec{n}) \geq 0 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

mit:  $I_n = \int_{\Omega_0} \cos^n(\angle(\vec{\omega}, \vec{\omega}_0)) d\vec{\omega}$

wobei  $\Omega_0$  der Teil der Hemisphäre ist, dessen Richtung mit  $\vec{\omega}_0$  maximal den Winkel  $\pi/2$  einschließen. In Bild 3.54 sind die vorgestellten Verteilungen für die Richtungsverteilung (links) und die Ortsverteilung (rechts) dargestellt. Aus diesen Verteilungen müssen zur Fehlerbewertung Photonen generiert werden. Dafür ist ein inverses Sampling nötig, was in Kapitel 3.2.4 und in [Dut03a, Dut03b, Eck87] beschrieben ist. Je mehr Photonen für ein synthetisches Lichtfeld generiert werden, desto genauer kann die ursprüngliche Funktion geschätzt werden. Alle generierten Photonen  $n$  erhalten den Lichtstromanteil (bzw. Wahrscheinlichkeitsanteil)  $\Phi_{ges}/n$ , wobei  $\Phi_{ges}$  der frei wählbare Gesamtlichtstrom des synthetisierten Lichtfeldes ist.



**Bild 3.54:** Synthetische Lichtfelder; **links:** Richtungsverteilungen  $h_1$  und  $h_2$ ; **rechts:** Ortsverteilung  $g_1, g_2, g_3$

## Fehlerauswertung

Für die Fehlerauswertung wird das Verfahren der Lichtfeld-Rekonstruktion durch Kerndichteschätzung direkt verwendet. Hierbei wird für jeden beliebigen Auswertepunkt  $(x, y, \vec{\omega})$  die geschätzte Leuchtdichte  $\hat{L}(x, y, \vec{\omega})$  bestimmt und zur lokalen Fehlerbewertung mit der analytisch beschriebenen „wahren“ Leuchtdichte  $L(x, y, \vec{\omega})$  verglichen. Zur globalen Fehlerbetrachtung des geschätzten Lichtfeldes kann der integrierte Fehler  $\Phi_{err}$  bestimmt werden. Hierbei ist  $\Phi_{err}$  der Lichtstrom der Differenz zwischen dem synthetischen und dem geschätzten Lichtfeld. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass die Differenz mit dem Gesamtlichtstrom verglichen werden kann.  $\Phi_{err}$  wird wie folgt definiert:

$$\Phi_{err} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_x} \left| L(x, y, \vec{\omega}) - \hat{L}(x, y, \vec{\omega}) \right| (\vec{\omega} \cdot \vec{n}) \, d\vec{\omega} \, dy \, dx \quad (3.25)$$

$\Phi_{err}$  wird an dieser Stelle nicht analytisch betrachtet, sondern durch numerische Integration approximiert. Ein einfaches Verfahren für die numerische Integration (auch: *Quadratur*) ist die Mittelpunktsregel. Hierbei wird der Integrationsbereich  $[a, b]$  in  $n$  gleiche Teile zerlegt und der Funktionswert von  $f$  in der Mitte eines jeden Intervalls bestimmt. Wird der Funktionswert mit der Intervallbreite  $(b - a)/n$  multipliziert, ergibt sich eine Fläche, die das Integral von  $f$  über dem jeweiligen Teilintegrationsbereich annähert. Die Summe aller Flächen über alle  $n$  Teilbereiche ist die Approximation des gesamten Integrals:

$$\int_a^b f(x) \, dx \approx \left( \frac{(b - a)}{n} \right) \sum_{i=1}^n f \left( a + \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{b - a}{n} \right) \right). \quad (3.26)$$

Für die Approximation des Integrals ist die Bestimmung der Mittelpunkte der Teilbereiche notwendig. Die Mittelpunkte für den Ort lassen sich über ein in  $x$  und  $y$  äquidistantes Gitter bestimmen. Für die Richtung wird hier auf die in Kapitel 3.4.4 beschriebenen Strukturen auf Basis von Platonischen Körpern für die Richtungsunterteilung zurückgegriffen. Konkret wurde ein rekursiv unterteilter Oktaeder verwendet, da hier die obere Hemisphäre der Kugelapproximation mit dem Integrationsbereich des Integrals aus Gleichung (3.25) übereinstimmt (siehe Bild 3.22).

Die Genauigkeit der Approximation hängt von der Größe der Integrationsbereiche ab, für die dann ein konstanter Wert bestimmt wird. Da die Anzahl der Integrationsbereiche, also die Auflösung für die numerische Integration, nur für die Fehlerauswertung relevant ist, wird hier so fein wie möglich unterteilt, da die Berechendauer nur während der Evaluierungsphase der Methode 2 Verwendung findet. Praktisch ist jedoch die Abweichung von der Verteilung aussagekräftiger (lokaler Fehler) als die globale Fehlerbewertung. In Bild 3.55 ist die lokale Abweichung abgebildet.

### 3.5.10 Zusammenfassung - Bewertung Kerndichteschätzer

In Kapitel 3.1 sind sieben Anforderungen formuliert, bezüglich deren die Methode 2 untersucht wird. Die Untersuchung stellt die Grundlage für die Bewertung des Verfahrens dar, da quantitative Aussagen aufgrund der Unterschiedlichkeit der Lichtfelder nur unzulänglich möglich sind. Anschließend wird anhand von Beispielen die Parameterwahl diskutiert und mögliche Anwendungen skizziert.

Der Kerndichteschätzer mit der  $k$ NN-Methode zur Schätzung des Lichtfeldschnitts ist ein selektives Verfahren, das auf Basis einer Photonenverteilung zweidimensionale Leuchtdichteverteilungen bestimmt. Diese Verteilungen werden an Stellen der Lichtfeldfunktion bestimmt, die durch die Pixel eines Bildes festgelegt sind. An diesen Stellen, die auf dem in einen sechsdimensionalen Raum projizierten vierdimensionalen Flächen-Lichtfeld liegen, wird über die  $k$ -Nächste-Nachbarn-Suche die lokale Dichte der Photonen im Ort-Richtungs-Raum geschätzt und die Leuchtdichte bestimmt. Die lokale Dichte wird adaptiv ohne feste Diskretisierung des Ort-Richtungs-Raumes bestimmt und bedarf konkreter Parameter für die Dichteschätzung. Diese Parameter sind vorrangig die Bandbreitenparameter, wie der Skalierungsfaktor  $\lambda$  für das Verhältnis zwischen Orts- und Richtungs-Dimension und die Bandbreite  $h$ , die indirekt über den Parameter  $k$  für die Anzahl der zu suchenden nächsten Nachbarn definiert werden. Den Anforderungen aus Kapitel 3.1 wird Methode 2 wie folgt gerecht:

1. *Methode muss Leuchtdichteansichten sehr schnell berechnen können (Tendenz zur Echtzeitdarstellung muss gegeben sein):*

Durch geschickte Methoden, die der Algorithmischen Geometrie (engl: computational geometry) entliehen sind, ist der aufwendigste Teil der Berechnung, die  $k$ NN-Suche, effizient lösbar. Eingesetzt werden  $kd$ -Bäume, quadrierte statt normal Euklidische Abstände zwischen Photonen und Vektoren statt Winkelpaaren. So sind Berechenzeiten für eine Leuchtdichteverteilung von unter 4 Sekunden auf einem DualXeon aus insgesamt 50 Millionen simulierter Photonen möglich.

2. *Methode muss unabhängig von der in der Leuchte eingesetzten Technologie (Komplexität) sein:*

Die  $k$ NN-Methode als Art der adaptiven Kerndichteschätzung ist ein Dichteschätzer für bereits simulierte Photonen. Der Simulationsaufwand ist hier unerheblich für die Dichteschätzung.

3. *Methode muss gleiche Qualität für unterschiedliche Bildauflösungen liefern:*

Für die Erzeugung der Leuchtdichtebilder wird durch Sichtstrahlen von der Kamera die Lichtfeldverteilung auf der Lichtfeld-Oberfläche abgetastet. Die Auflösung

des Bildes legt die Abtastrate des Lichtfeldes fest. Diese Rate determiniert die maximal zu rekonstruierende Lichtfeldfrequenz, ist jedoch nicht Bestandteil des Dichteschätzungsprozesses. Die Auflösung des Bildes hat somit keinen Einfluss auf die Qualität der Leuchtdichtevertelung.

4. *Methode muss alle Winkelbereiche darstellen können:*

Der simulierte Photonensatz wird unabhängig von der Betrachtung erzeugt. Es sind potentiell alle Winkelbereiche und jede beliebige Leuchtdichteansicht rekonstruierbar.

5. *Methode muss Skalierbarkeit des Speicherbedarfs im Hauptspeicher gewährleisten:*

Bei Methode 2 kommt ein Caching-Verfahren zum Einsatz, das nur Teilbereiche des Baumes im Speicher hält. Dafür müssen die ersten Unterteilungen während des Aufbaus des kd-Baumes innerhalb der Richtungsdimensionen sein. Somit kann die Richtungskohärenz der Sichtstrahlen bei der Bildberechnung ausgenutzt werden.

Die Anforderungen 6 und 7 werden genauer beleuchtet, um die aus Methode 1 abgeleiteten Anforderungen abzu prüfen:

6. *Methode muss sich in den bereits bestehenden Prozessablauf einbetten lassen:*

Die Bewertung von Methode 2 hinsichtlich der Prozessintegration lässt sich anhand der Prozessdarstellung aus Bild 3.38 diskutieren. In den herkömmlichen Schritt der Simulation der Lichtstärke muss die Leuchtdichteschätzung integriert werden. Anders als beim Vollhistogramm ist kein weiterer Encodingschritt notwendig. Vielmehr kann der Aufbau der räumlichen Suchstruktur (kd-Baum) derart vorgenommen werden, dass bereits bei dem Photon-Tracing jedes zu speichernde Photon nacheinander in die Suchstruktur integriert wird. Nach der Simulation der Lichtstärke kann somit direkt die Dichteschätzung der Leuchtdichte vorgenommen werden, lediglich die Betrachterposition muss definiert werden. Die noch fehlenden Parameter für die Dichteschätzung, wie die Anzahl der zu suchenden Nachbarn und der Bandbreitenparameter  $\lambda$ , können abhängig von der simulierten Photonenzahl standardisiert werden. Dadurch wird die Reliabilität der Aussagen erhöht.

Durch das Fehlen eines Encoding-Schritts und der relativen Unabhängigkeit von der Photonenzahl kann die Schätzung der Leuchtdichtevertelung direkt in den Prozess der Optikauslegung integriert werden. Nach Bild 3.38 kann somit  $m = n$  erreicht werden, wobei jedoch die Aussagequalität der Leuchtdichteschätzung geringer ist als die der Lichtstärkeschätzung. Da die Leuchtdichtebewertung

allein qualitativ und subjektiv erfolgt, ist dieser Nachteil, aufgewogen mit der Prozesshomogenität, vertretbar.

#### 7. Methode soll den Informationsgehalt der Simulation nutzen:

Methode 2 zeichnet sich durch folgende Merkmale aus:

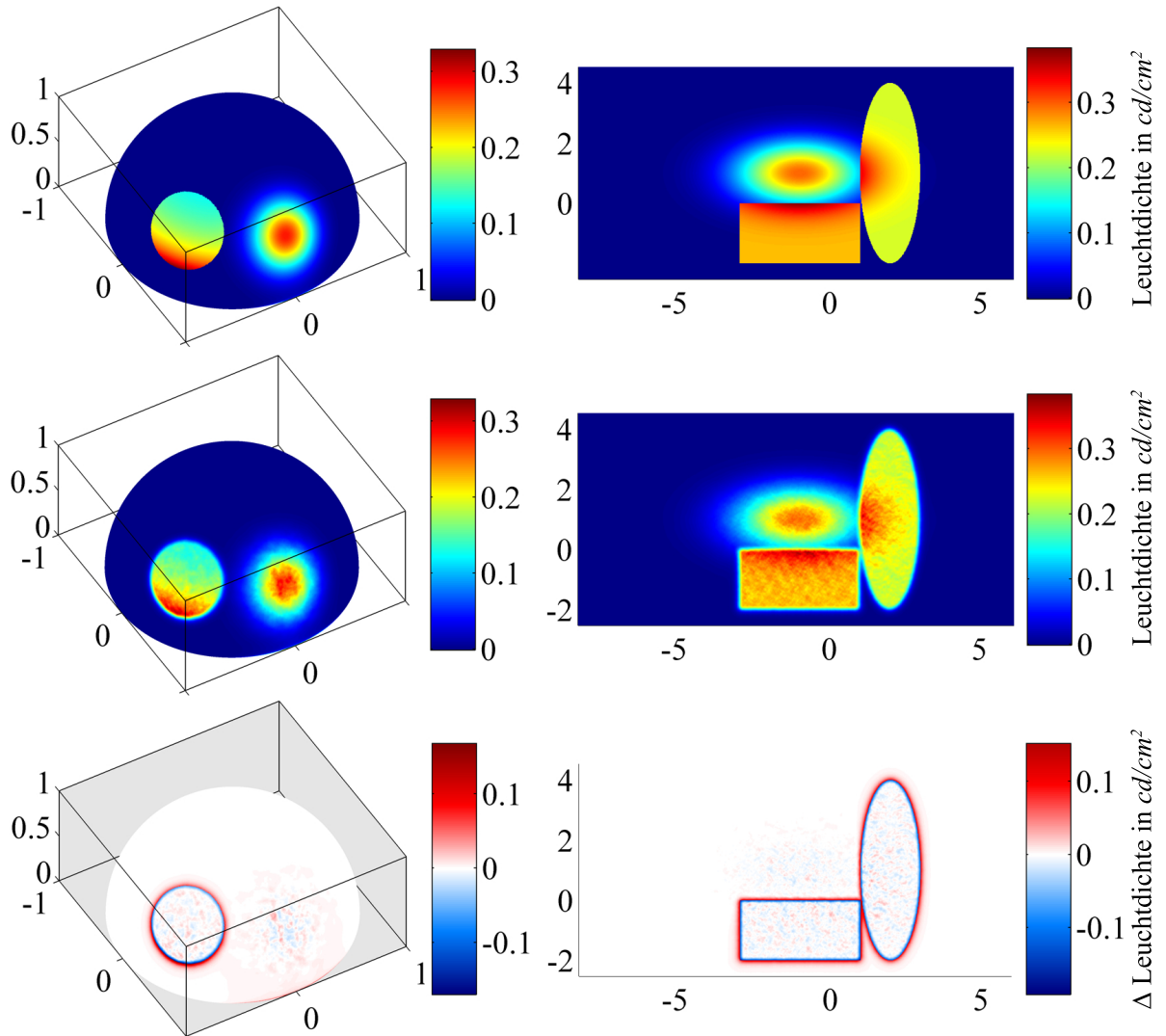
- ⇒ keine Diskretisierung des Ortes
- ⇒ keine Diskretisierung der Richtung
- ⇒ adaptiv bezüglich Frequenzen des Lichtfeldes
- ⇒ keine minimale Photonenzahl, da keine Diskretisierung
- ⇒ Dichteschätzung nur für benötigte Teile des Lichtfeldes

Durch das Fehlen der Diskretisierung für sowohl die Orts- als auch die Richtungs-Dimension ist die Bestimmung und Optimierung dieser Parameter im Vergleich zur Methode 1 nicht nötig. Ferner passt sich die Dichteschätzung durch die  $k$ NN-Suche adaptiv an die zu rekonstruierende Verteilung an. An Stellen geringer Dichte wird die Bandbreite  $h$  sehr groß und an Stellen großer Dichte sehr klein gesetzt. Diese Adaptivität ermöglicht einerseits das Szenario des Linien-Lichtfeldes aus Bild 3.39 abzubilden, wobei für einen Ort unterschiedliche Auflösungen in der Richtung gelten sollten.

Andererseits ist es möglich, auch mit wenigen Photonen ein bewertbares Bild zu generieren, was zwar ein stark geglättetes jedoch bewertbares vorläufiges Ergebnis bildet. Dieses Ergebnis reicht meist für die Optimierung der Simulationsparameter aus. Neben der Verwendbarkeit von einer beliebigen Photonenzahl zeichnet sich Methode 2 dadurch aus, dass die Dichteschätzung immer selektiv nur an den für die Leuchtdichteansicht relevanten Stellen des Lichtfeldes (Lichtfeldschnitt) durchgeführt wird. Anforderung 7 ist somit erfüllt.

Im Folgenden werden einzelne Ergebnisse vorgestellt, die einerseits das Verbesserungspotential gegenüber dem Vollhistogramm aufzeigen und andererseits den Einfluss der Dichteschätzungsparameter skizzieren.

Entsprechend der in Kapitel 3.5.9 entwickelten synthetischen Verteilungsarten wird hier eine Beispielskombination exemplarisch beleuchtet, die aus mehreren Orts- und Richtungsichten zusammengesetzt ist. In Tabelle 3.3 sind die verwendeten Dichtefunktionen angegeben:



**Bild 3.55:** Synthetische Lichtfelder nach Bild 3.54; **oben:** analytische Verteilung; **Mitte:** geschätzte Leuchtdichte aus 3.000.000 Photonen mittels kNN-Methode mit  $k = 100$  und  $\lambda = 4.03$ ; **unten:** Abweichung der Dichteschätzung von der analytischen Verteilung

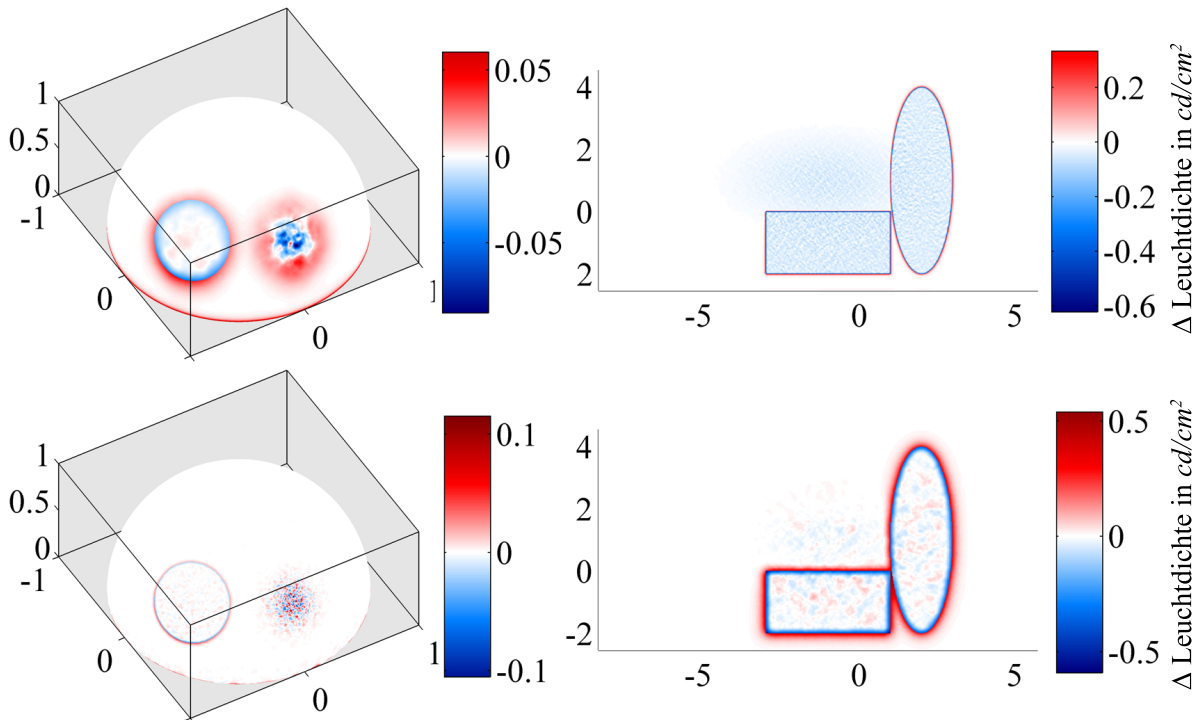
**Tabelle 3.3:** Dichtefunktionen des synth. Lichtfeldes mit  $i$  als Index gemäß Gleichung (3.24)

i	Dichtefunktion Ort	Dichtefunktion Richtung
1	$g_2$ (Rechteck)	$h_2$ (Kosinus) mit $n = 30$
2	$g_1$ (Gauß)	$h_2$ (Kosinus) mit $n = 30$
3	$g_3$ (Ellipse)	$h_2$ (Kosinus) mit $n = 30$
4	$g_2$ (Rechteck)	$h_2$ (uniform) mit $\alpha = \Pi/10$ rad

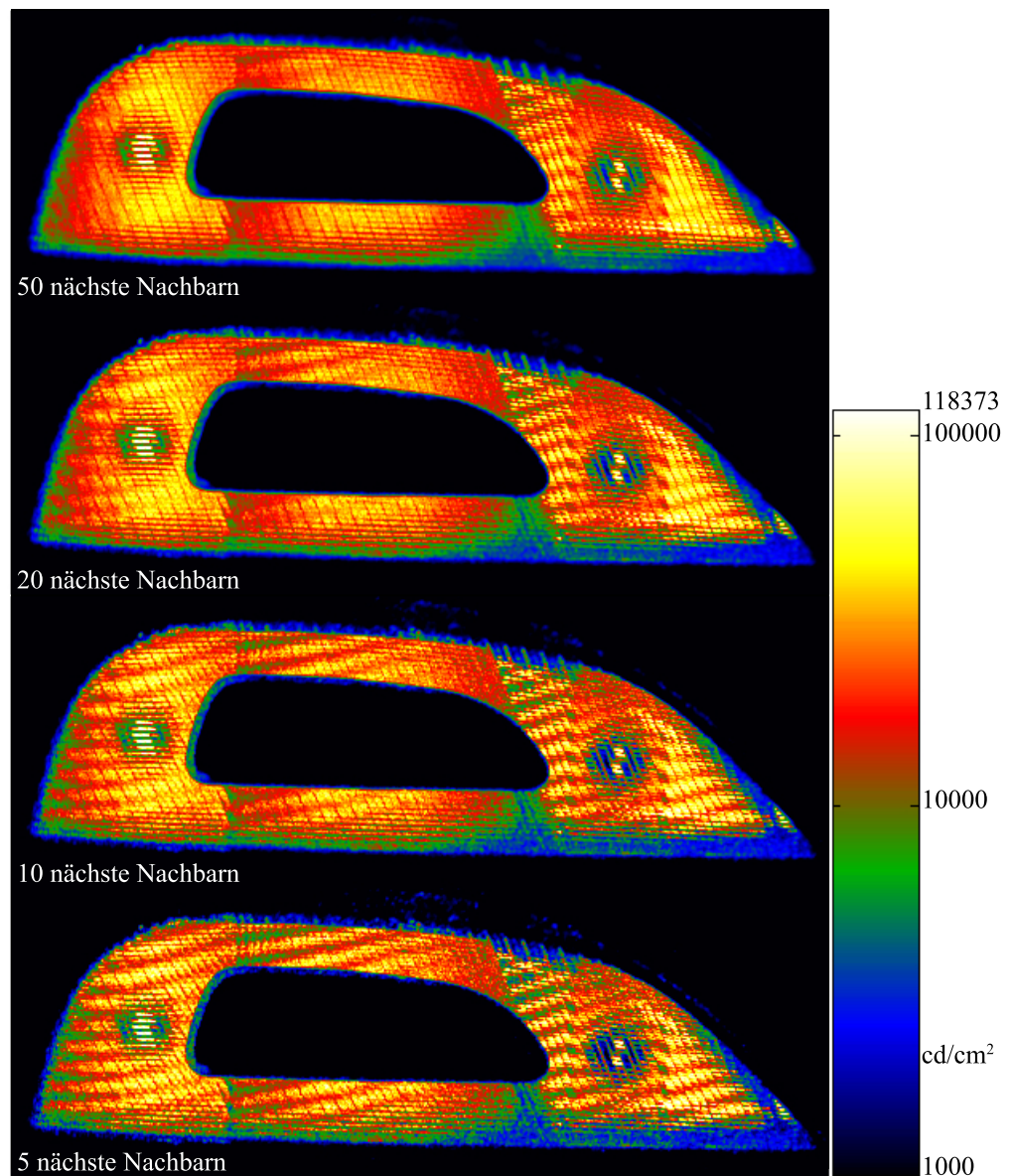


Es wurden für dieses Beispiel 3.000.000 zufällige, der Verteilung entsprechende Photonen erzeugt und die  $k$ NN-Methode mit  $k = 100$  und  $\lambda = 4,03$  angewendet. Die Schätzung der Gauß-Dichte in Bild 3.55 (rechte Seite) enthält einen geringen Fehler, der auf Rauschen zurückzuführen ist. Die Rechteck- und Ellipsen-Verteilung hingegen zeigt ein starkes Bias am Rand der Verteilung, da die sechsdimensionalen Kerne die Unstetigkeit der Verteilung nicht abbilden können. Die linke Seite von Bild 3.55 zeigt die Leuchtdichte für einen festen Ort und für alle Richtungen der Hemisphäre. An diesem Ort existieren zwei verschiedene Richtungs-Dichten, die uniforme Dichtefunktion  $h_1$  und die potenzierte Kosinus-Dichte  $h_2$  mit  $n = 30$ . Die Schätzung von  $h_2$  zeigt geringe Abweichungen, die primär durch Rauschen induziert sind. Die Schätzung der uniformen Dichte zeigt ähnlich wie im Ort ein starkes Bias am Rand auf.

Bild 3.55 zeigt eine Eigenschaft der  $k$ NN-Methode im Orts-Richtungs-Raum: Die Kanten bzw. starken Gradienten im Lichtfeld können durch die Stetigkeit des verwendeten Kerns nicht rekonstruiert werden und bilden ein Fehlerpotential. Dieses Potential zeigt sich bei allen Kanten sowohl im Orts- als auch im Richtungsraum. Glatte Bereiche des Lichtfeldes werden stets sehr gut approximiert.

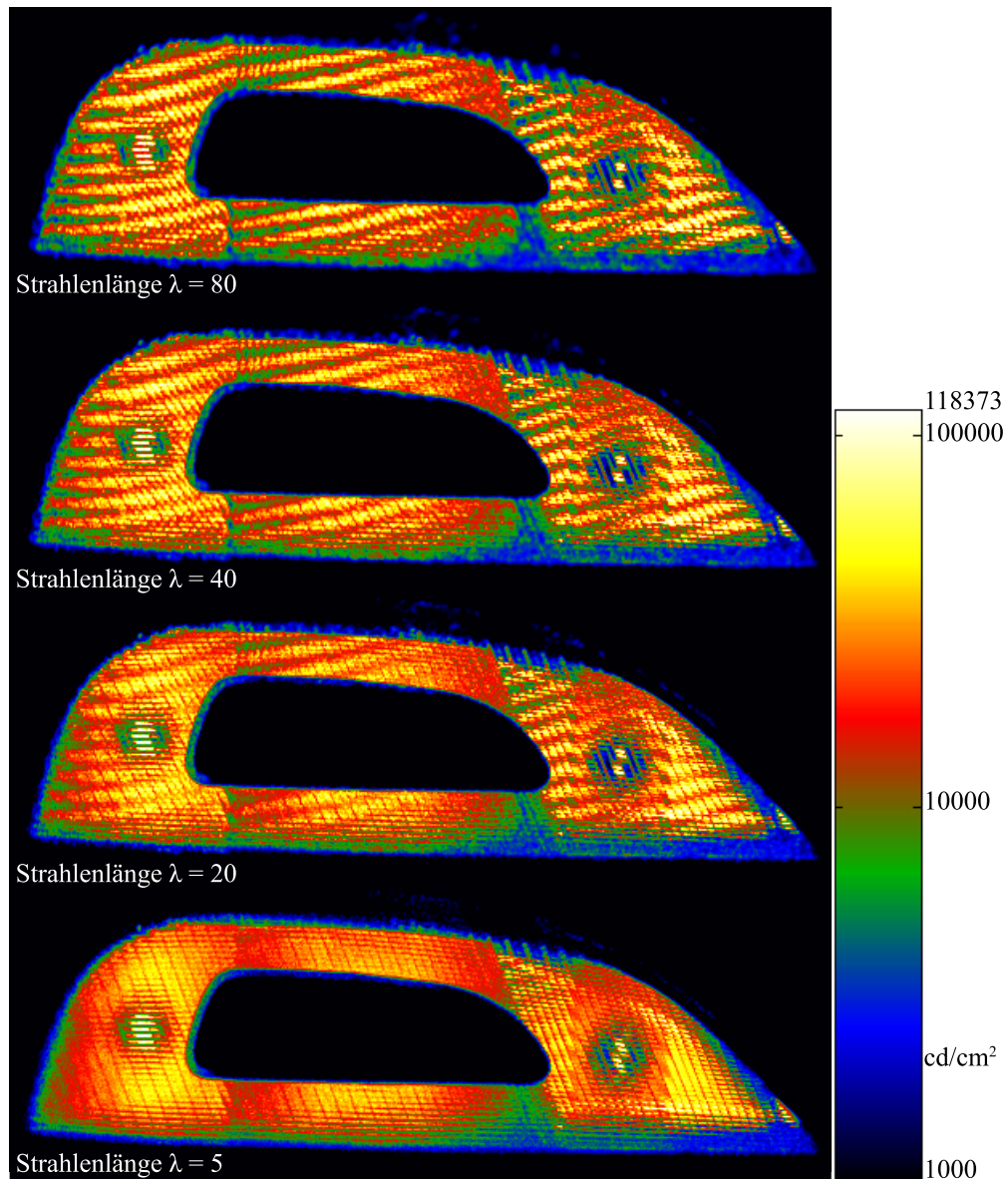


**Bild 3.56:** Abweichung geschätzte zu analytischer Leuchtdichte bei unterschiedlichen  $\lambda$ -Werten (vgl. Bild 3.55 und siehe Kapitel 3.5.7) ; **oben:**  $\lambda = 0,81$  mit Richtungs-Bias (links) und Orts-Rauschen (rechts); **unten:**  $\lambda = 20,26$  mit Richtungs-Rauschen (links) und Orts-Bias (rechts)



**Bild 3.57:** Leuchtdichteansicht VW-Scirocco Heckleuchte, simuliert mit 161 Mio. Photonen; Dichteschätzung mit  $k\text{NN}$ -Methode und Kerndichteschätzer - Ergebnisse mit  $k = 5, 10, 20$  und  $50$  (logarithmische Darstellung über 2 Dekaden)

An dem synthetischen Lichtfeld kann der Einfluss des Bandbreitenparameters  $\lambda$  gut verdeutlicht werden. Bild 3.56 zeigt zwei Dichteschätzungen mit unterschiedlichen Werten für  $\lambda$ , jeweils für einen festen Ort und eine feste Richtung. Bild 3.56 (oben) zeigt das Ergebnis mit  $\lambda = 0,81$ , das ein starkes Orts-Rauschen und ein starkes Richtungs-Bias aufweist (siehe Kapitel 3.5.7). Für die Schätzungen in Bild 3.56 (unten) wurde  $\lambda$  ver-



**Bild 3.58:** Leuchtdichteansicht VW-Scirocco Heckleuchte, simuliert mit 161 Mio. Photonen; Dichteschätzung mit  $k$ NN-Methode und Kerndichteschätzer - Ergebnisse mit Strahlenlänge  $\lambda = 5, 20, 40$  und  $80$  (logarithmische Darstellung über 2 Dekaden)

fünffacht,  $\lambda = 20, 266$ . Mit diesem Wert lässt sich dann ein starkes Orts-Bias und starkes Richtungs-Rauschen ausmachen.

Es ist zu erkennen, dass die  $k$ NN-Methode sich durch einen speziellen Bandbreitenparameter auszeichnet, der über den normalen Glättungsparameter  $k$  hinaus einen großen Einfluss auf das Ergebnis der Dichteschätzung hat.

In der normalen Verwendung der Methode 2 in der Produktentwicklung ist jedoch die Verteilungsfunktion, der die simulierten Photonen entsprechen, nicht bekannt. Tatsächlich ist die Verteilung der Untersuchungsgegenstand selbst. In den Bildern 3.57 und 3.58 ist ein reales Beispiel eines simulierten Lichtfeldes, die Heckleuchte des VW-Scirocco, abgebildet. Bild 3.57 zeigt eine Dichteschätzung aus 161.000.000 simulierten Photonen und deren Abhängigkeit von dem Dichteschätzungsparameter  $k$ . Von oben nach unten nimmt in Bild 3.57 einerseits das Rauschen in der Leuchtdichteansicht zu. Andererseits konvergiert die geschätzte Verteilung durch die von der Abnahme von  $k$  verkleinerte Bandbreite  $h$  zur tatsächlichen Verteilung,  $\hat{f}(x) \rightarrow f(x)$  mit  $h \rightarrow 0$  durch Stichprobenzahl (Photonen)  $n \rightarrow \infty$ . Demzufolge ist der Wert für  $k$  bei der Parameterwahl derart zu minimieren, dass subjektiv das Rauschen in der Verteilung die Bewertung nicht übermäßig erschwert.

Bild 3.58 zeigt den Einfluss des Bandbreitenparameters  $\lambda$  (Strahlenlänge) auf die Dichteschätzung des in Bild 3.57 verwendeten Photonensatzes (siehe Kapitel 3.5.6).

Die Wahl von  $\lambda$  ist nach Kapitel 3.5.7 schwer zu definieren. Ansätze, das Verhältnis nach dem Betrachter zu bestimmen, decken nicht alle Fälle richtig ab, da neben der lichttechnischen Betrachtung auch eine stochastische Fokussierung zum Tragen kommt. Bei der manuellen Wahl von  $\lambda$  sind hingegen folgende Ziele im Fokus. Zum einen soll das rekonstruierte Lichtfeld, bzw. der Lichtfeldschnitt, der realen Leuchtdichteverteilung entsprechen. Dafür müsste die Strahlenlänge und somit  $\lambda$  maximiert werden, was zu sehr großem Orts-Bias führt. Dieses Bias tritt auf, da sich Photonen ähnlich sind, die einen sehr unterschiedlichen Ort, aber annähernd gleiche Richtung besitzen. Als Vergleich dient hier die Referenz-Simulation, die mittels Path-Tracing erzeugt wurde (siehe Kapitel 4). Es ist zu erkennen, dass bei sehr großer Photonenzahl ein maximiertes  $\lambda$  (siehe Bild 3.58) die besten Ergebnisse im Vergleich zur Referenz ergibt. Bei einer eher geringen Photonenzahl, was kaum quantifizierbar ist, hängt die Parameterwahl von der Struktur des Lichtfeldes ab. Hierbei gilt: Sind die für die Leuchtdichteverteilung relevanten Charakteristika eher auf dem Reflektor, also der Ursprung der Photonen ist weit entfernt von der Lichtscheibe, sind die Photonen derart im Lichtfeld verteilt, dass lediglich ein großes  $\lambda$  die Strukturen sichtbar werden lässt. Sind im Gegensatz dazu die darzustellenden Strukturen eher auf der Lichtscheibe selbst und somit nah an der Basisfläche des Lichtfeldes, ist ein eher kleines  $\lambda$  notwendig, um eben diese Strukturen sichtbar zu machen.

Sind beide Strukturen in der Leuchtdichteansicht enthalten, müssen sehr viele Photonen für eine gute Rekonstruktion des Lichtfeldschnitts simuliert werden, und zusätzlich muss ein Kompromiss für  $\lambda$  gefunden werden. Dieser Kompromiss lässt beide Strukturen sichtbar werden, jedoch jeweils mit Rauschen und Bias für beide Strukturen. Es handelt sich bei jeder Wahl für  $\lambda$  um eine eher subjektive, aus Erfahrung zu bestimmende Festlegung, als eine nach formalen Kriterien der Lichttechnik determinierte.

Im Bild 3.5.7 ist der beste Kompromiss für  $\lambda$  zwischen Strukturen in der Nähe der Basisfläche des Lichtfeldes und weit von der Basisfläche ein Wert von  $\lambda = 20$ . Ein Wert

von  $\lambda = 80$  zeigt ein eher mit Rauschen beaufschlagtes Ergebnis, das jedoch bezüglich Referenz des Path-Tracings besser konvergiert (siehe Kapitel 4).

#### Anwendungen:

Als Anwendungen kommen viele unterschiedliche Aufgabenstellungen in Frage. Alle Anwendungen vereint, dass eine schnelle und flexible Erstellung von Leuchtdichteverteilungen notwendig ist. Besonders in den Fällen, bei denen über das simulierte Lichtfeld kaum Informationen vorhanden sind, ist die Methode 2 besonders geeignet. Wenn z. B. die Frequenz des Lichtfeldes in der Ortsdimension nicht bekannt ist, fällt eine Definition der Ortsauflösung für das Basis-Mesh von Methode 1 sehr schwer.

Somit kann für folgende Anwendungen Methode 2 empfohlen werden:

- **Schnelle Bildberechnung bei bekanntem Lichtfeld:** Ziel bei der Absicherung der Erscheinung aus Leuchtdichteverteilungen ist es, aus allen relevanten Ansichten die Hellempfindung beim Betrachten durch den Menschen vorherzusagen. Darüber hinaus ist auch das Absichern von nichtrelevanten Ansichten nötig. Nichtrelevant sind Ansichten, die nicht direkt mit der hauptsächlichen Betrachterperspektive korrelieren, aber im Falle von störenden Lichteffekten den Kundennutzen reduzieren können. Um solche störenden Effekte, wie Lichteinkopplung in Außenlichtscheiben und Lichtaustritt an Karosserieteilen, zu vermeiden, müssen diese mit Hilfe von Leuchtdichteansichten rechtzeitig im Prozess detektiert werden. Hierfür muß in kürzester Zeit eine Vielzahl von Leuchtdichteverteilungen generiert werden. Die Performance von Methode 2 gewährleistet diese Anwendung.
- **Exploration von unbekannten Lichtfeldern:** Wenn simulierte Lichtfelder eine unbekannte Struktur aufweisen, ist es notwendig, explorativ die für das Lichtfeld optimalen Dichteschätzungsparameter herauszufinden. Hierfür ist eine Optimierung nötig, die hinsichtlich des Glättungsparameters  $h$  und des Bandbreitenparameters  $\lambda$  das beste Parameterpaar liefern soll. Dafür benötigt der Anwender eine schnelle Methode, um mit veränderbaren Parametern Leuchtdichteansichten zu generieren. Da Methode 2 keine feste Diskretisierung aufweist, ist die Vielzahl an Testberechnungen für die Optimierung sehr gut möglich.
- **Anwendungen mit Leuchtdichtebestimmung - am Beispiel des UGR-Verfahrens:** Das UGR-Verfahren (engl.: unified glare rating; kurz: UGR) ermöglicht die Bewertung der Direktblendung durch künstliche Beleuchtung in Innenräumen. Der Begriff Blendung bezeichnet eine Störung durch hohe Leuchtdichten und/oder zu hohe Leuchtdichteunterschiede im Gesichtsfeld. Das UGR-Verfahren liefert nach folgender Gleichung eine Blendungszahl der Beleuchtungsanlage:

$$UGR = 8 * \lg \left[ \frac{0,25}{L_b} \cdot \sum \frac{L_s^2 \cdot \Omega}{P^2} \right] \quad (3.27)$$

mit  $L_b$  als Hintergrundleuchtdichte,  $L_s$  als mittlere Leuchtdichte der einzelnen Leuchte in Beobachtungsrichtung,  $\Omega$  als Raumwinkel, unter dem die einzelne Leuchte gesehen wird, und  $P$  als Positionsindex der einzelnen Leuchte nach Guth. Eine genaue Beschreibung des UGR-Verfahrens ist in einer Veröffentlichung des Fachausschusses „Innenbeleuchtung“ der LiTG (Deutsche Lichttechnische Gesellschaft e.V.) zu finden (siehe [Deh03]).

Um dieses Verfahren anzuwenden, sind neben der Hintergrundleuchtdichte die Leuchtdichten der im Sichtfeld befindlichen Leuchten zu bestimmen. Um für einen definierten Raum die Blendwirkung unterschiedlicher Leuchten miteinander vergleichen zu können, kann ein Simulationsmodell mittels Photon-Tracing aufgesetzt werden. Mit diesem Modell können dann für eine Vielzahl von relevanten Richtungen Leuchtdichteansichten der unterschiedlichen Leuchten geschätzt und die daraus bestimmten UGR-Werte verglichen werden. Methode 2 eignet sich für die Leuchtdichtebestimmung sehr gut, da einerseits die Struktur des Lichtfeldes oft nicht bekannt ist und andererseits oft auch aus sehr wenigen Photonen die Leuchtdichte geschätzt werden müsste.

- **Bestimmung von Beleuchtungsstärke im Nahfeld:** Bei der simulativen Bestimmung der Beleuchtungsstärke wird meist das photometrische Entfernungsgesetz angewendet (siehe Kapitel 2.2). Beispiel hierfür ist die Bestimmung der Straßenausleuchtung durch Kfz-Scheinwerfer. Dabei wird immer ein Unsicherheitsbeitrag hinzugefügt, der sich sehr schwer abschätzen lässt (siehe [Sto04] und [vH03]). Als Anwendung für Methode 2 ist somit die Bestimmung der Beleuchtungsstärke im Nahfeld auf beliebig geformten Flächen ohne Einbeziehung des photometrischen Entfernungsgesetzes zu nennen (siehe Kapitel 3.5.11).
- **Bestimmung von Lichtstärke aus Nahfelddaten:** Die simulative Bestimmung der Lichtstärke ist auf Grund der Zweidimensionalität dieser lichttechnischen Größe weniger problematisch als bei der Leuchtdichte. Schwierigkeiten können jedoch in Bereichen des Richtungsraums mit sehr geringen Lichtstärkewerten entstehen. In diesen Bereichen ist die Photonenwahrscheinlichkeit sehr gering und die Varianz entsprechend groß. Eine mögliche Anwendung für die Methode 2 ist die Bestimmung der punktuellen Lichtstärke an den kritischen Stellen aus der Schätzung einer Leuchtdichteansicht. Bei diesem Verfahren kann die adaptive Dichteschätzung selektiv im Ort-Richtungs-Raum, statt nur im Richtungs-Raum vorgenommen werden.

Bei dieser Anwendung von Methode 2 sind nur einzelne problematische Punkte, wie z. B. der Punkt *B50L* der Lichtverteilung von Abblendscheinwerfern von Interesse (siehe Norm: ECE-R 112). Lichttechnische Details zur Bestimmung der Lichtstärke aus Leuchtdichtebildern sind im nachfolgenden Kapitel aufgezeigt.

### 3.5.11 Zusätzliche Anwendung: Licht- bzw. Beleuchtungsstärke im Nahfeld

In diesem Kapitel wird skizziert, wie die Bestimmung der Beleuchtungsstärke und der Lichtstärke aus Methode 2 möglich ist. Grundlage bildet hier die Schätzung der Leuchtdichtevertellung. Kombiniert mit der Monte-Carlo-Integration ergibt sich folgendes Konzept:

Das Raumwinkelprojektionsgesetz gibt an, dass die Beleuchtungsstärke an einem Punkt  $s$  durch das Integral der Umgebungsleuchtdichte über die um die Flächennormale  $\vec{n}_s$  aufgespannte Hemisphäre  $\Omega$  berechenbar ist. Zu beachten ist hier jedoch, dass  $\Omega_p$  den projizierten Raumwinkel bezeichnet:

$$E = \int_{\Omega_p} L(x, \vec{\omega}) d\Omega_p \quad (3.28)$$

Gleichung (3.28) ist hingegen nicht analytisch lösbar. Daher wird hier die stochastische Monte-Carlo-Integration angewendet. Nach Gleichung (A.8) ergibt sich somit:

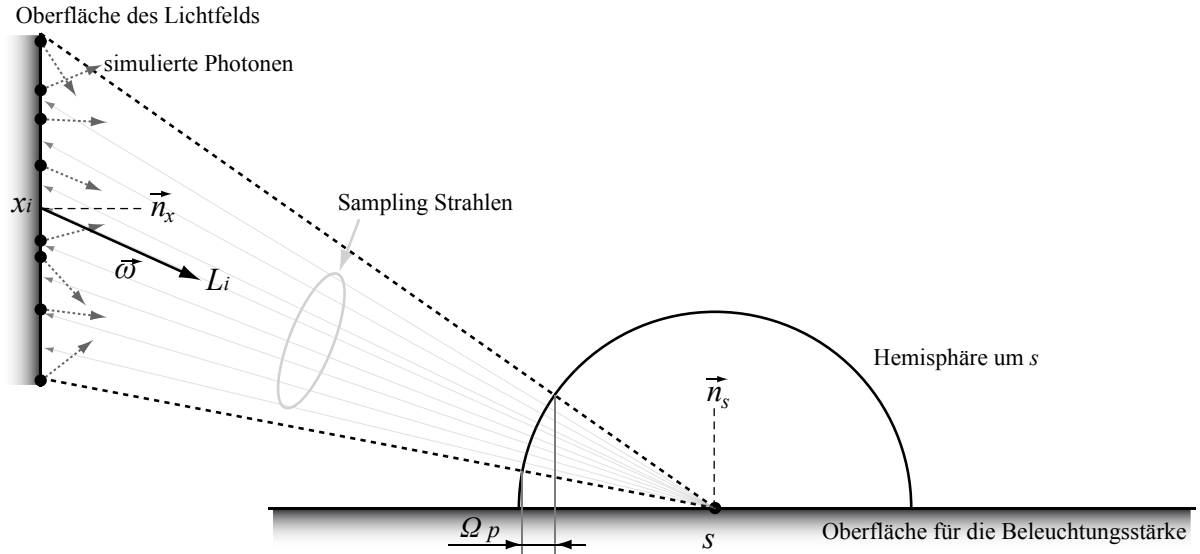
$$E_s = \Omega_p \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i(x, \vec{\omega}) \quad (3.29)$$

Gleichung (3.29) macht deutlich, dass  $n$  Stichproben aus der Leuchtdichtevertellung aufaddiert werden und mit der Division durch  $n$  die mittlere Leuchtdichte bestimmt wird (siehe Anhang A.3). In Bild 3.59 ist schematisch das Sampling der Monte-Carlo Integration von dem Punkt  $s$  aus zur Bestimmung der horizontalen Beleuchtungsstärke  $E$  aufgezeigt. Bei diesem Verfahren existiert keine Photometrische Grenzentfernung, die Beleuchtungsstärke wird direkt im Nahfeld bestimmt. Mit der Erhöhung der Stichprobenzahl  $n$  wird die Varianz gesenkt, jedoch mit einer geringen Konvergenzrate (siehe Anhang A.3). Für die Beleuchtungsstärkevertellung auf einer Fläche muss die Gleichung (3.29) für jeden Punkt der Fläche wiederholt werden.

Aus Gleichung (3.29) ist ersichtlich, dass auch  $\Omega_p$  ermittelt werden muss. Hierfür sind drei Verfahren denkbar: eine analytische, numerische oder stochastische Bestimmung. Für alle drei Verfahren ist es günstig, die Basis-Fläche des Flächen-Lichtfeldes in Primitive zu unterteilen, da komplexe Formen schwer beschreibbar sind. Es bietet sich hier das Dreieck an. Ein jedes Dreieck  $D$  der Basis-Fläche erzeugt einen projizierten Raumwinkel  $\Omega_p$ , dessen Fläche von drei Ellipsensegmenten begrenzt wird. Diese Beziehung ist in Bild 3.60 aufgezeigt.

Erste Implementierungen haben gezeigt, dass dies sowohl mit dem analytischen als auch mit dem numerischen Ansatz  $\Omega_p$  einfach bestimmbar ist. Dem stochastischen Ansatz ist hingegen der Vorzug zu geben, da sich der projizierte Raumwinkel gleichzeitig mit dem





**Bild 3.59:** Schema des Samplings eines Flächen-Lichtfelds zur Bestimmung der horizontalen Beleuchtungsstärke in  $s$  um  $\vec{n}_s$ : Von  $s$  aus werden Sampling Strahlen zum Lichtfeld gesandt und an den Stellen  $x_i$  wird die Leuchtdichte  $L_i$  geschätzt.

Sampling der Leuchtdichte bestimmen lässt. Der hierbei mittels Monte-Carlo-Integration bestimmte projizierte Raumwinkel entspricht dem Kosinus des Mittelwertes aller zwischen der Sampling-Richtung und der Oberflächennormale  $\vec{n}_s$  eingeschlossenen Winkel.

Das stochastische Verfahren ist darüberhinaus vorteilhaft, da es Abschattung von Objekten und Selbstabschattung bei nichtplaner Oberfläche der zu bestimmenden Beleuchtungsstärkeverteilung berücksichtigen kann und neben dem eigentlichen Sampling keinerlei Mehraufwand nötig ist.

Die in dieser Arbeit vorgenommenen Experimente bezüglich der Bestimmung von Beleuchtungsstärkeverteilungen im Nahfeld haben gezeigt, dass diese Methode theoretisch funktioniert. Optimierungsbedarf für den praktischen Einsatz ist hingegen noch bei der Sampling-Strategie notwendig, da das Konvergenzverhalten der Monte-Carlo-Integration für eine praktische Verwendung nicht ausreicht. Ähnlich anderen Disziplinen, müssen hier noch Sampling-Strategien wie Importance-Sampling oder stratifiziertes Sampling zum Einsatz kommen, die das Konvergenzverhalten signifikant verbessern und die Anzahl der notwendigen Samples  $n$  somit drastisch reduzieren. Vorgeschlagen wird hier ein aus dem Lichtfeld-Baum selbst generiertes, dem Verlauf des Lichtfeldes folgendes Importance-Sampling-Schema.



### Schätzung der Lichtstärke aus einer Leuchtdichtevertelung:

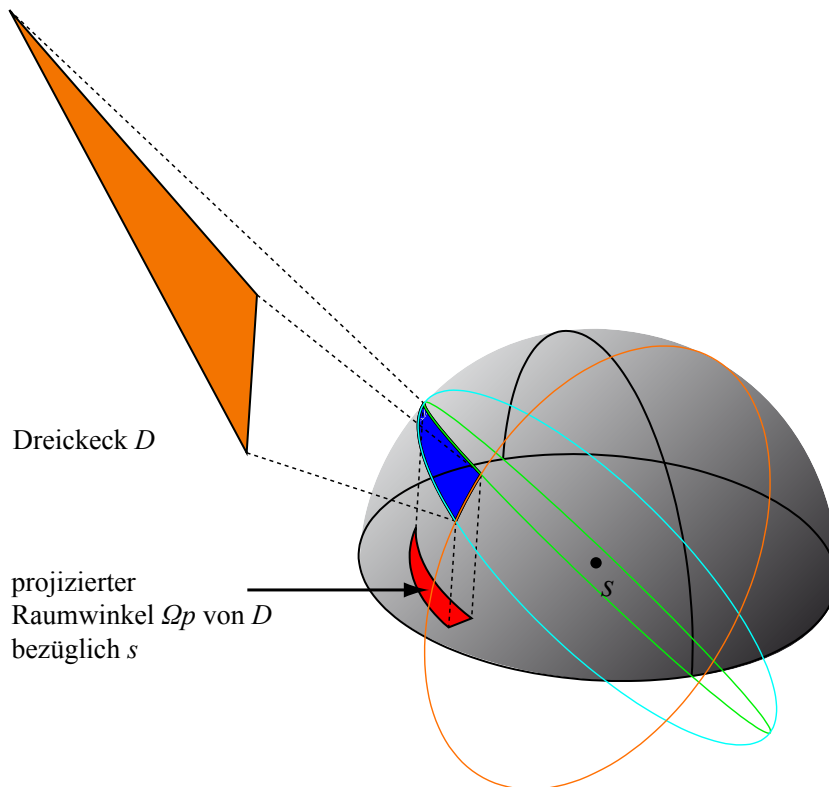
Die Lichtstärkebestimmung aus der Leuchtdichtevertelung basiert auf folgender Beziehung zwischen Leuchtdichte  $L$  und Lichtstärke  $I$ :

$$I = L \cdot A_p \quad (3.30)$$

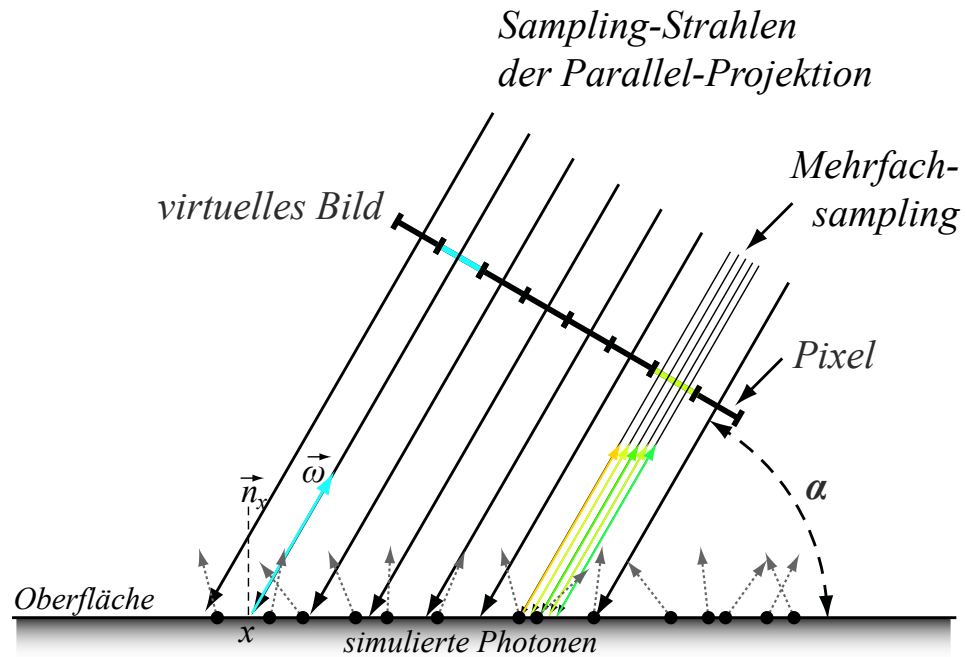
mit  $A_p$  als projizierter bzw. scheinbar leuchtender Fläche.

$L$  ist die mittlere Leuchtdichte, welche, auf Basis der Leuchtdichtevertelung betrachtet, auf einer orthogonalen Kamera (Parallelprojektion) basiert (siehe Bild 3.61). In diesem Bild ist ein Schema abgebildet, wie ein virtuelles Bild durch paralleles Sampling des Lichtfeldes generiert wird. Über Mittelung aller Leuchtdichtewerte der Vertelung kann gemittelt werden.  $A_p$  entspricht der Summe aller Flächeninhalte eines jeden Pixels des virtuellen Bildes.

Über die punktuelle Schätzung der Lichtstärke hinaus können mit Hilfe eines solchen Vorgehens zusätzlich zum Lichtstärkewert noch die Orte des Lichtfeldes identifiziert werden,



**Bild 3.60:** *Projizierter Raumwinkel  $\Omega_p$  eines Dreiecksegments der Basis-Fläche eines den Punkt  $s$  beleuchtenden Flächen-Lichtfelds*



**Bild 3.61:** paralleles Sampling des Lichtfeldes mit Methode 2 zur Schätzung der Lichtstärke in Richtung  $\vec{\omega}$  mit dem Winkel  $\alpha$  (vgl. Bild 3.52)

die diese Lichtstärke erzeugen. Eine solche Methode kann bei der Streulichtbewertung von Schweinwerfern äußerst hilfreich sein.

Die Bestimmung der Beleuchtungsstärke im Nahfeld und die Schätzung der Lichtstärke aus der Leuchtdichteverteilung müssen noch genau verifiziert werden. Ihre Umsetzbarkeit konnte jedoch bereits nachgewiesen werden.

## 4 Bewertung der Ergebnisse

In Kapitel 3 sind zwei unterschiedliche Methoden für die Schätzung der Leuchtdichte detailliert beschrieben. An dieser Stelle werden beide Methoden zusammenfassend hinsichtlich der formulierten Anforderungen untersucht und bewertet. Darüber hinaus wird deren Eignung für unterschiedliche Anwendungen beleuchtet, und es werden Empfehlungen ausgesprochen. Aus diesen Ergebnissen lassen sich weiterführend komplementäre Fragestellungen beantworten, die im Zusammenhang mit der Lichtfeldsimulation stets für Verunsicherung sorgen. Abschließend wird in diesem Kapitel eine Methodik vorgestellt, die im Zuge der Methodenentwicklung entwickelt wurde und ebenso wichtig ist, wie die Methode selbst.

### 4.1 Abgleich mit Anforderungen an neue Methoden

**Tabelle 4.1:** Vergleich von Methode 1 und Methode 2 mit dem Stand der Technik (Path-Tracing) hinsichtlich der im Prozess der technischen Entwicklung nötigen Anwendungen

<b>Methode</b> <b>Anwendung</b>	Path-Tracing (Stand der Technik)	Vollhistogramm (Methode 1)	Kerndichteschätzer (Methode 2)
Erstellung von Leuchtdichteansichten für Varianten-Vielfalt	sehr gut geeignet	nicht geeignet	gut geeignet
Erstellung von Leuchtdichteansichten für Aspekt-Vielfalt	nicht geeignet	gut geeignet	sehr gut geeignet
Repräsentation für Lichtquelle zur Strahlerzeugung für das Photon-Tracing	nicht geeignet	sehr gut geeignet	nicht geeignet
Generierung von Beleuchtungsstärkeverteilungen im Nahfeld	nicht geeignet	gut geeignet	sehr gut geeignet

Die Lichtsimulation wird im Entwicklungsprozess eingesetzt, um das eine Leuchte beschreibende Flächen-Lichtfeld vorherzusagen. Es soll während der Konstruktion und Dimensionierung simulativ bewertet werden können, ob die angestrebten Ziele mit dem aktuellen Stand der Entwicklung erreichbar sind.

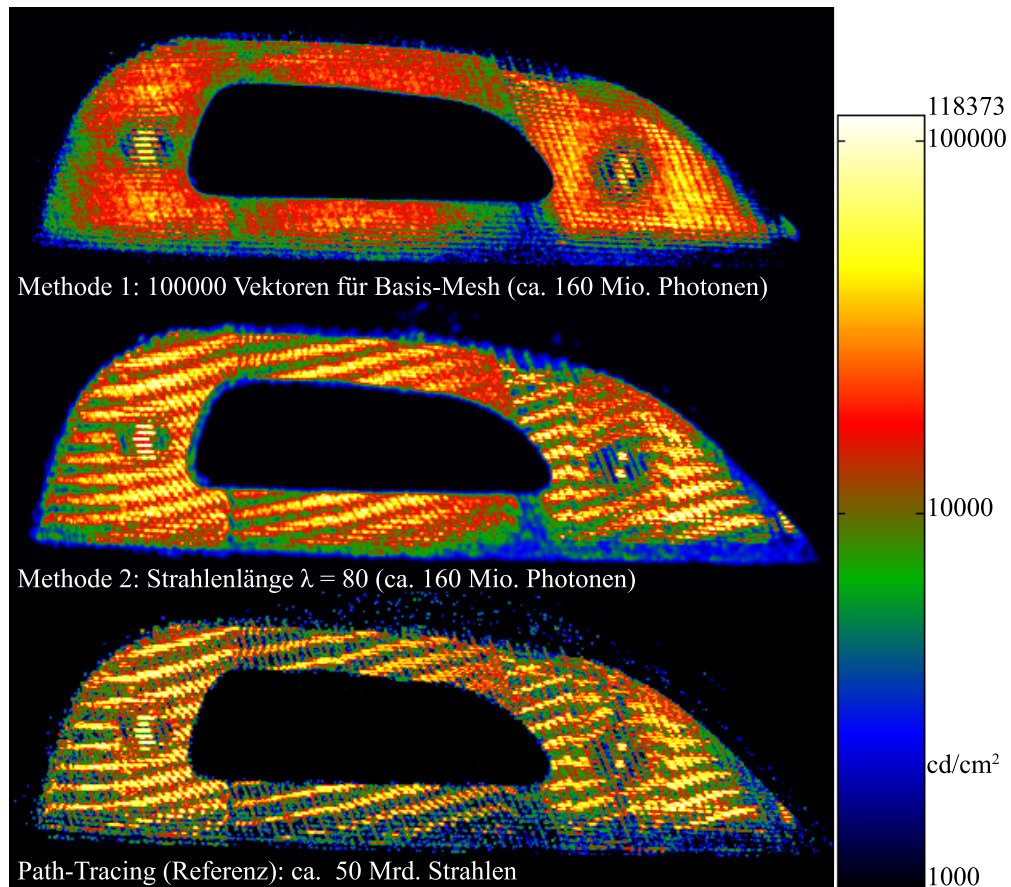
Der Entwicklungsprozess selber besteht seinerseits aus einer Vielzahl an unterschiedlichen Schritten, von der groben Bauraumdefinition über die Festlegung des lichttechnischen Konzepts bis hin zur Optimierung von Homogenität und Lichtstärkeverteilung. Diese unterschiedlichen Prozessschritte stellen im Sinne dieser Arbeit unterschiedliche Anwendungen dar, da einerseits die Eingangsdaten unterschiedlich sind und sich andererseits auch das jeweilige Erkenntnisinteresse unterscheidet.

Tabelle 4.1 zeigt die Referenz, das Path-Tracing, im Vergleich mit beiden entwickelten Methoden hinsichtlich der möglichen Anwendungen im Prozess. An dieser Gegenüberstellung ist qualitativ zu erkennen, dass das Path-Tracing allein für den Entwicklungsprozess nicht alle Anwendungen abdecken kann.

Die Methoden 1 und 2 aus Kapitel 3 erweitern das Methodenspektrum in der Entwicklung, sodass alle relevanten Fragestellungen beantwortet werden können.

Es zeigt sich, dass die Methode 1, das Vollhistogramm, für die eigentliche Schätzung der Leuchtdichteverteilung zwar geeignet ist, jedoch Performance-Nachteile gegenüber der Methode 2 hat. Im Gegensatz dazu kann Methode 1 aber sehr gut für die aus einer Messung stammenden Lichtquellen als Modell für die Photonenerzeugung dienen. Hierfür ist nur das Vollhistogramm geeignet, da bei Methode 1 die vollständige Verteilung geschätzt wird, was für die erneute Generierung von Photonen eine notwendige Bedingung ist (siehe Kapitel 3.4.10). Methode 2 hingegen, die Kerndichteschätzung, zeichnet sich durch Flexibilität und Geschwindigkeit aus. Hierbei wird im Gegensatz zu Methode 1 nur der Bereich des Flächen-Lichtfeldes für die Dichteschätzung herangezogen, der für die Schätzung der Leuchtdichteverteilung notwendig ist. Es wird lediglich ein zweidimensionaler Schnitt der vierdimensionalen Funktion geschätzt. Tabelle 4.1 zeigt, dass diese Eigenschaft zu großem Einsatzspielraum führt. Mit Methode 2 können leicht sowohl eine Sequenz von Bildern für die Absicherung der Aspekt-Vielfalt einer Leuchtenvariante erstellt, als auch unterschiedliche Leuchten hinsichtlich genau eines Aspekts verglichen werden. Die große Effizienz von Methode 2 verleiht ihr darüber hinaus für die Monte-Carlo-Integration bei der Beleuchtungsstärkeschätzung im Nahfeld großes Potential. Hier ist die flexible Festlegung des Dichteschätzungsparameters  $\lambda$  von großer Bedeutung, da die Dichteschätzung sowohl in sehr naher Distanz als auch aus großer Entfernung vorgenommen werden muss. Als Beispiel sei hier die Beleuchtungsstärkeschätzung auf einer virtuellen Straße genannt.

Die Referenz-Methode, das Path-Tracing, ist lediglich für solche Anwendungsfälle geeignet, bei denen einzelne Ansichten (Aspekte) von unterschiedlichen oder nur von einer Leuchte gemacht werden müssen. Da das Path-Tracing jedoch eine Bias-freie Methode ist, wird hier bei gleicher Berechenzeit ein Ergebnis erzeugt, was stark mit Rauschen



**Bild 4.1:** Vergleich der Methoden Pathtracing, Vollhistogramm und Kerndichteschätzer zur Leuchtdichteschätzung der VW-Scirocco Heckleuchte; **Berechnungszeit:** Path-Tracing(unten): 27 Std. pro Bild (4 CPUs); Vollhistogramm(oben): 4 Std. Photon-Tracing + 8 Std. Encoding + 4 Min. pro Bild; Kerndichteschätzer(Mitte): 4 Std. Photon-Tracing + 15 Min. kd-Baum + 5 Sek. pro Bild

(Noise) beaufschlagt ist. Die neuen Methoden 1 und 2 vermindern das Rauschen sehr stark, um den Preis eines systematischen Fehlers (Bias). Dieser systematische Fehler ist im Falle des Kerndichteschätzers in der Regel kaum auszumachen. Das Vollhistogramm hat auf Grund der schlechten Optimierungsmöglichkeiten der Parameter meist ein stärkeres Richtungs-Bias.

Ein direkter Vergleich aller drei Methoden ist in Bild 4.1 zu sehen. Die Darstellung mittels Vollhistogramm zeigt Rauschen im Ort und ein Bias in der Richtung. Dieses Richtungs-Bias lässt sich daran erkennen, dass trotz klarer Strukturen im Ort, die Reflektor-Moiré-Struktur der Referenz (Bild 4.1 unten) nicht erkennbar ist. Die mittlere Darstellung zeigt die Dichteschätzung mittels Kerndichteschätzer und der  $k$ NN-Methode. In diesem Fall ist das klassische Bias im Vergleich zur Referenz zu erkennen. Bias heißt hier, dass die Täler der Verteilungsfunktion (dunkle Bereiche) angehoben sind und dass die Spitzen

(Leuchtdichtespitzen) abgeschwächt und in die Breite geglättet sind. Beide Effekte lassen sich in Bild 4.1 (Mitte) sehr gut erkennen. Gleichzeitig ist auch erkennbar, dass das in der Referenz auftretende Rauschen in den dunklen Bereichen (Bereiche geringer Photonen-Dichte) bei der Kerndichteschätzung nicht auftritt. Die Verteilungsfunktion wirkt im Ganzen glatter und kontinuierlicher.

Die Methoden 1 und 2 sind über die Bewertung der Endergebnisse hinaus auch entsprechend der in Kapitel 3.1 formulierten Anforderungen bewertet. Tabelle 4.2 beantwortet die Frage nach der Erfüllung und stellt für jede Methode den Grad der Erfüllung qualitativ dar. Besonders herauszuheben sind hierbei die Anforderung „Geschwindigkeit der Berechnung“ und „Einfache Prozessintegration“. Diese zwei Anforderungen sind elementar für die praktische Verwendung und müssen mit großer Priorität betrachtet werden. Hierbei zeigt sich Methode 2 als vorteilhaft gegenüber Methode 1. Die optimale Prozessintegration kann sichergestellt werden, da kein Medienbruch zur Erstellung der Leuchtdichteverteilung notwendig ist, es kann direkt mit dem Simulationsergebnis gearbeitet werden. Die schnelle Berechengeschwindigkeit lässt sich durch die selektive, nur für die speziell notwendige Ansicht durchgeführte Dichteschätzung begründen.

In Summe zeigt Tabelle 4.2, dass die Methoden 1 und 2 alle Anforderungen aus Kapitel 2.11 und 3.1 erfüllen.

Eine quantitative Bewertung der Anforderungen ist schwerlich möglich, da nicht nur das Anwendungsspektrum, sondern auch die Vielfältigkeit der zu simulierenden Lichtfelder sehr groß ist. Diese Problematik ist Fokus für folgende Abschnitte, in denen näher auf die notwendige Anzahl an zu simulierenden Photonen, auf etwaige Genauigkeitsaussagen und auf die Methodik bei der Leuchtenentwicklung eingegangen wird.

In der Verwendung von Methode 1 und 2 im Prozess der Leuchtenentwicklung sind bei der Bewertung der Methoden und Ergebnisse stets zwei wichtige Fragestellungen aufgefallen. Zum einen ist die Frage nach der notwendigen Anzahl von zu simulierenden Photonen und zum anderen ist die Frage nach der Genauigkeit gestellt worden. Beide Fragestellungen unterstützen die Bewertung der Methoden und stehen somit in direktem Zusammenhang mit diesem Kapitel.

## 4.2 Anzahl notwendiger Photonen für die Simulation

Für die Beantwortung der Frage nach der notwendigen Anzahl an zu simulierenden Photonen sind die Grundlagen der Dichteschätzung aus Kapitel 2.7 nötig. Hier wurde festgestellt, dass eine direkte Komponente des Fehlers der Dichteschätzung, die Varianz, direkt von der Anzahl der Stichproben (Photonen) abhängig ist. Indirekt hängt auch das

Bias über den Bandbreitenparameter von der Anzahl der Photonen ab.

Zur Beantwortung dieser Frage hat lediglich Peterson [Pet09] die Betrachtungen von Rose [Ros73] auf die Dichteschätzung der Beleuchtungsstärke übertragen und gibt die minimale Anzahl von Photonen mit  $Q$  an:

$$Q = \frac{A_0}{A} \cdot \frac{1}{C^2} \cdot k^2 \quad (4.1)$$

mit  $A$  als Flächeninhalt des zu erkennenden Merkmals innerhalb der Verteilung,  $A_0$  als Flächeninhalt der Gesamtverteilung,  $C$  als Kontrast zwischen der Hintergrund- und der Merkmalsbeleuchtungsstärke und  $k$  als Signal-Rausch-Verhältnis.

Dieses Modell hat viele offene Punkte. Zum einen geht dieser Ansatz davon aus, dass die Größe des Merkmals und dessen Kontrast zum Hintergrund bekannt sind. Zum anderen hängt das Signal-Rausch-Verhältnis in der Verteilung sehr stark von dem eigentlichen Dichtewert ab, ist somit sehr klein in Gebieten großer Dichte und sehr groß bei kleiner Dichte. Einen globalen Wert für das Signal-Rausch-Verhältnis anzunehmen, wird dem Wesen der Dichteschätzung nicht gerecht.

Solche vereinfachten Zusammenhänge bilden das Prinzip der Dichteschätzung und statistischer Simulationen nur unzureichend ab. Da die Lichtfelder in der Praxis hoch komplex und nicht bekannter Natur sind, bergen solche Faustregeln ein großes Fehlerpotential.

Falls eine solche Vereinfachung wie das Rose-Modell für die Beleuchtungsstärke näherungsweise funktionieren sollte, sind Übertragungen auf die Leuchtdichte jedoch kaum denkbar. Die Leuchtdichte ist eine vierdimensionale Größe und wird ohne Projektion direkt im Ort-Richtungs-Raum geschätzt. Hierbei kommt der „Fluch der Dimensionalität“ vollends zum Tragen und vervielfacht den Bedarf an Photonen dramatisch (siehe hierzu das Rechenbeispiel aus Anhang A.5).

Eine Analogie aus der Signalverarbeitung lässt das Problem anschaulich werden:

Ein analoges Signal unbekannten Ursprungs mit unbekanntem Spektrum soll abgetastet werden. Nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem muss die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß sein, wie die höchste abzutastende Signalfrequenz. Wenn die Signalfrequenz jedoch nicht bekannt ist, müssen limitierende Annahmen getroffen werden, wie z. B. die maximal vom menschlichen Ohr wahrnehmbaren Schallfrequenzen in der Audiotechnik.

Bei der Simulation von Lichtfeldern handelt es sich ebenfalls um Signalverarbeitung. Eine Verteilungsfunktion der Lichtquelle wird mit der Übertragungsfunktion gefaltet und bildet eine neue Verteilungsfunktion, verändert abhängig von Ort und Richtung. Anschaulich wird dies in der Arbeit von Durand [Dur05] gezeigt (siehe Bild im Anhang A.8).

Selbst wenn das Lichtfeld der Lichtquelle im Ort- und Richtungsbereich sehr niedrige Frequenzen aufweist (z. B. ein Lambert'scher Strahler), können dennoch durch die Reflexion, Transmission, Abschattung und Ausbreitung innerhalb des optischen Systems hochfrequente Anteile sowohl im Ort als auch in der Richtung entstehen. Da diese Frequenzen nicht vorhersagbar, sondern durch die Simulation zu bestimmen sind, ist die Festlegung der notwendigen Photonenzahl für eine adäquate Verteilungsrekonstruktion kaum möglich. Davon abgesehen, ist ein Kriterium für das Prädikat *adäquat* mit heutigen Mitteln noch nicht definierbar.

Die Theorie der nichtparametrischen Dichteschätzung besagt, dass das häufigste verwendete Verfahren für die Festlegung des Bandbreitenparameters  $h$  das *Glätten nach Augenmaß* ist ([Sil86, Sco04, Sim96]). Mit viel Erfahrung bei der Parameteroptimierung kann dieses Verfahren auch rechnerisch Bestnoten erzielen. Das bedeutet, dass hier der MISE (engl.: mean integrated squared error, kurz: IMSE) minimal ist ([Här04a]). Entscheidend für die Qualität der Leuchtdichteschätzung ist somit eher die für eine feste vorhandene Anzahl an simulierten Photonen optimale Parameterwahl des Dichteschätzers, rein nach objektiven Kriterien. Hierzu gehört auch die Einschätzung, dass mit dem Mehr an simulierten Photonen ein die Ergebnisverbesserung rechtfertigender Mehraufwand gegenübersteht.

Diese Betrachtungsweise wirft automatisch die Frage nach der Genauigkeit der Dichteschätzung auf, da eine *objektive Bewertung von Parametern* einer wissenschaftlichen Verwendung scheinbar widerspricht.

## 4.3 Genauigkeit der Leuchtdichteschätzung

Um eine statistische Qualität von Dichteschätzern zu messen, muss ein Gütemaß definiert werden. Dieses Gütemaß basiert auf dem mittleren quadratischen Fehler  $MSE(\hat{f}(x))$  (engl.: Mean Squared Error), welcher punktweise für die geschätzte Funktion  $\hat{f}(x)$  definiert ist (siehe Kapitel 2.7). Um einen nicht punktweisen sondern globalen Gütefaktor zu bekommen, muss der MSE über die Funktion integriert werden zu MISE:

$$MISE(\hat{f}) = \int_{-\infty}^{\infty} MSE(\hat{f}(x))dx = \int_{-\infty}^{\infty} Varianz(\hat{f}(x))dx + \int_{-\infty}^{\infty} Bias^2(\hat{f}(x))dx \quad (4.2)$$

mit  $Bias = (f(x) - E(\hat{f}))$  und dem Erwartungswert  $E$ .



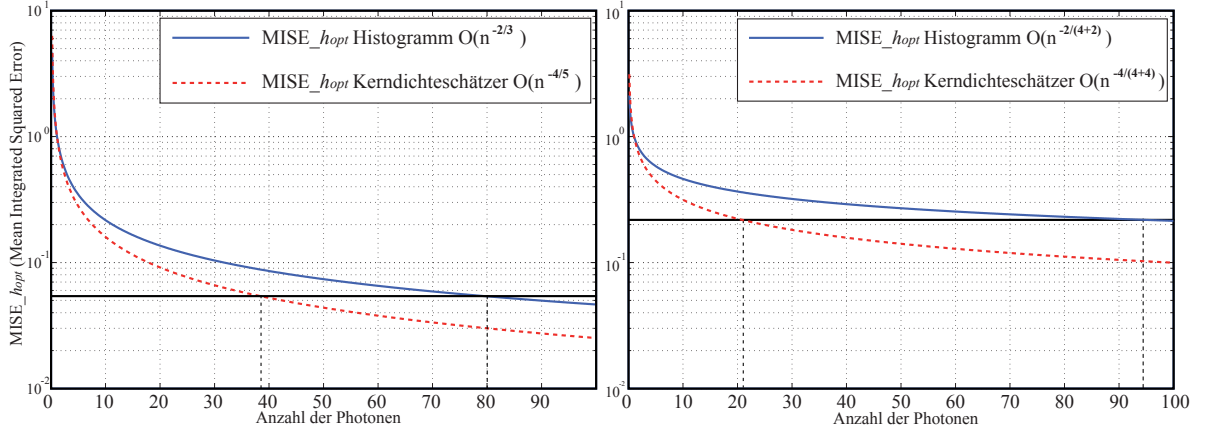
Für Methode 2, den Kerndichteschätzer, gilt nach der Herleitung aus Anhang A.7 für eine feste Anzahl von Stichproben (hier Photonen) für den eindimensionalen Fall unter der Annahme einer optimalen Bandbreite  $h_{opt}$ :

$$MISE(\hat{f}_{h_{opt}}) = \min_{h>0} MISE(\hat{f}_h) = \frac{5}{4} \left\{ \nu_2(K)^2 R(K)^4 \int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 dx \right\}^{1/5} n^{-4/5} \quad (4.3)$$

Gleichung (4.3) zeigt für den Kerndichteschätzer im eindimensionalen Fall das Abnahmeverhalten, das auch Konvergenzverhalten genannt wird. Dieses beschreibt das prinzipielle Konvergenzverhalten in Abhängigkeit von der Photonenzahl  $n$  und beträgt  $n^{-4/5}$ . Im Vergleich dazu hat das Histogramm, Methode 1, für den eindimensionalen Fall eine Konvergenzrate von  $n^{-2/3}$ . Allgemein gilt für das d-dimensionale Histogramm eine Rate von  $n^{-2/d+2}$  und für den d-dimensionalen Kerndichteschätzer ein Konvergenzverhalten mit  $n^{-4/d+4}$  (siehe [Wan95]). Bild 4.2 (links) vergleicht dieses prinzipielle Konvergenzverhalten eines eindimensionalen Histogramms mit dem eindimensionalen Kerndichteschätzer. Dort ist zu erkennen, dass der Kerndichteschätzer viel schneller konvergiert als das Histogramm. Eingezeichnet sind zusätzlich ein beliebiger Fehlerwert und die Schnittpunkte mit den Kurven. Dabei wird deutlich, dass wesentlich mehr Stichproben (Photonen) beim Histogramm nötig sind als beim Kerndichteschätzer, um ein annähernd gleiches Fehlerniveau zu erhalten.

Da das Flächen-Lichtfeld eine vierdimensionale Größe ist, muss dafür auch eine vierdimensionale Dichteschätzung durchgeführt werden. In Bild 4.2 (rechts) ist zu erkennen, dass sich das Konvergenzverhalten für den vierdimensionalen Fall sehr stark abflacht. Diese Abflachung ist auf den Einfluss des „Fluchs der Dimensionalität“ zurückzuführen (siehe Kapitel A.5). Erkennbar ist weiterhin, dass sich die Differenz in der Stichprobenzahl (Photonen) zwischen Histogramm und Kerndichteschätzer für ein spezielles Fehlerniveau drastisch vergrößert hat. Das bedeutet, dass der Performance-Vorsprung des Kerndichteschätzers im Vergleich zum Histogramm mit der Anzahl der Dimensionen steigt.

Ein weiterer Punkt ist in Bild 4.2 ebenfalls zu erkennen: Bei diesen Konvergenzraten wird allein grafisch ersichtlich, dass nach einer gewissen Größe der Stichprobe eine zusätzliche Stichprobenerhöhung keine signifikante Verringerung des Fehlers zur Folge hat. Das bedeutet, dass möglicherweise trotz noch sichtbarem Rauschen in der Leuchtdichteverteilung eine weitere Vergrößerung der Photonenzahl keinen erkennbaren Nutzen bringen würde. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn aufgrund der Konvergenzrate lediglich eine Vertausendfachung der Photonenzahl eine „sichtbare“ Verbesserung des Rauschens erbringt. Hier ist die Anpassung der Dichteschätzungsparameter die einzige sinnvolle Alternative, das Rauschen in der Verteilung durch Einbringen von Bias zu verringern.



**Bild 4.2:** Konvergenzverhalten Dichteschätzer; **links:** MISE unter Bedingung  $h_{opt}$  im ein-dimensionalen Fall für Histogramm und Kerndichteschätzer; **rechts:** MISE unter Bedingung  $h_{opt}$  im vierdimensionalen Fall für Histogramm und Kerndichteschätzer

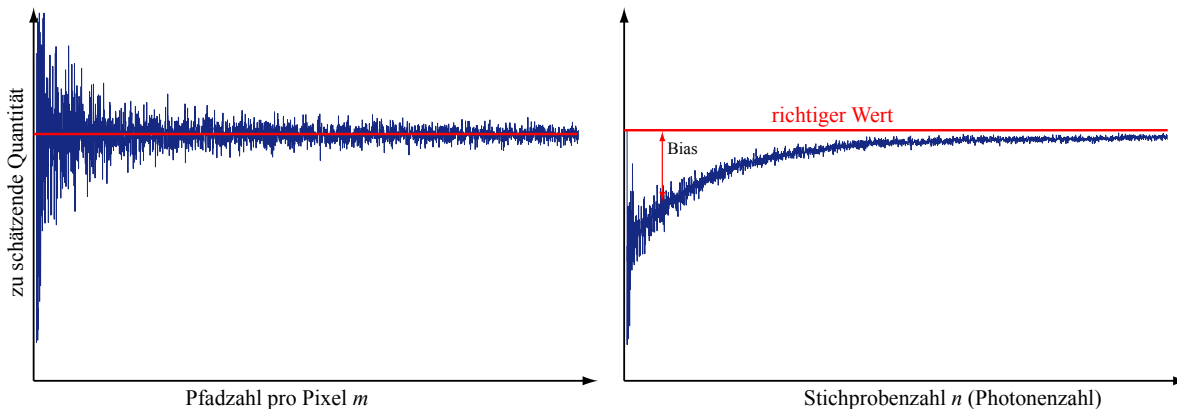
Gleichung (4.3) zeigt darüber hinaus jedoch auch den Einfluss der eigentlich zu schätzenden unbekannten Dichtefunktion. Über das Integral der quadrierten Krümmung ( $\int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 dx$ ) hat der Verlauf der eigentlichen Dichte einen großen Einfluss auf die tatsächlichen Werte des MISE. Daher könnte nur durch Kenntnis der zu schätzenden Funktion bzw. durch unendlich viele Photonen ein konkreter Wert bestimmt werden.

Für beide Methoden, das Histogramm als auch den Kerndichteschätzer, kann jedoch für den asymptotischen Fall angenommen werden, dass im mathematischen Sinne *Konsistenz* gilt. Konsistenz wird dadurch definiert, dass sich die geschätzte Dichte  $\hat{f}$  der wahren (unbekannten) Dichte  $f$  annähert. Dies soll unter der fiktiven Annahme gelten, dass die Stichprobe immer größer wird.

Tatsächlich gilt für ein festes  $x$ , dass mit wachsender Stichprobenzahl ( $n \rightarrow \infty$ ) die geschätzte Dichte  $\hat{f}$  gegen  $f$  konvergiert (*Punktweise Konsistenz*). Darüber hinaus gilt für alle  $x$ , dass mit wachsender Stichprobenzahl ( $n \rightarrow \infty$ ) die maximale Abweichung  $\max_x |\hat{f}(x) - f(x)|$  gegen Null konvergiert.

### Dualität: Path-Tracing - Dichteschätzung:

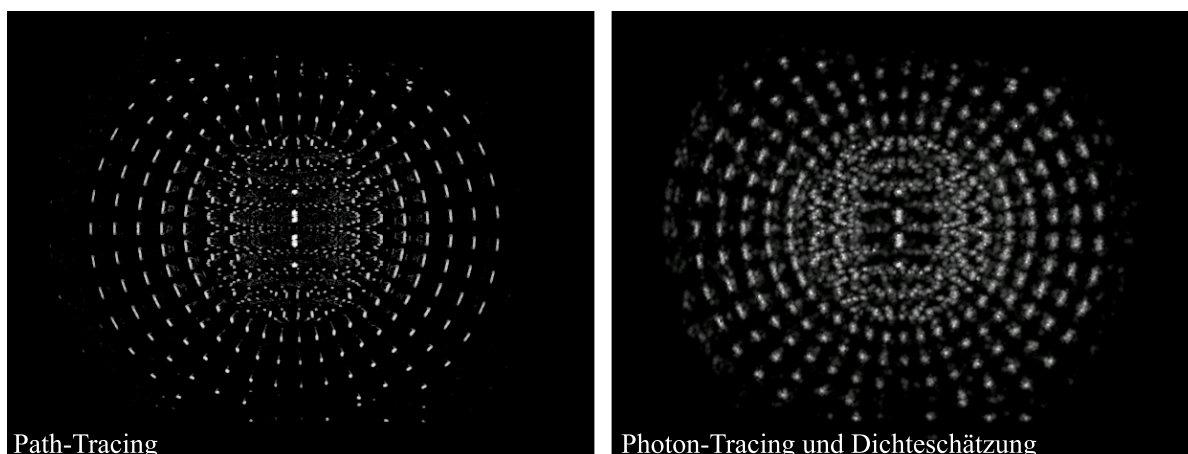
Die aufgezeigte Konstistenz der Dichteschätzung und die im Anhang A.3 gezeigten Eigenschaften der Monte-Carlo-Integration lassen sich gemeinsam zu einer Dualität zusammenfassen. Diese Dualität besagt, dass beide Ansätze, das Path-Tracing vom Betrachter zur Lichtquelle und die Dichteschätzung von Photonen auf der Leuchtenoberfläche mit  $n \rightarrow \infty$  zur gleichen Lösung konvergieren. Sie sind somit beide zwei unterschiedliche Wege zu einem Ziel. Folgende Grenzbetrachtung zeigt die Gültigkeit dieser These:



**Bild 4.3:** Gegenüberstellung Path-Tracing und Dichteschätzung; **links:** Bias-freie Monte-Carlo Integration des Path-Tracings in Abhängigkeit von der Pfadanzahl; nur Rauschanteile als Abweichung vom zu bestimmenden Wert; **rechts:** Bias-behaftete Dichteschätzung in Abhängigkeit von der Stichprobenzahl (Photonenzahl); Bias- und Rauschanteile als Abweichung vom zu bestimmenden Wert (rote Linie)

- Beim Path-Tracing bedeutet die optimale Lösung, dass alle möglichen Pfade aufintegriert werden, die von dem Auge durch ein spezielles Pixel auf die Lichtquelle treffen.
- Beim Photon-Tracing werden auf der Stelle des Basis-Meshs, das auf ein spezielles Pixel abgebildet wird, die Dichte der Photonen in Richtung eines aus der Kamera geschickten Sampling-Strahls geschätzt.
- Konvergiert die Photonenzahl  $n \rightarrow \infty$ , wird die Bandbreite  $h \rightarrow 0$  konvergieren, da der Suchradius für  $k$ -nächste Nachbarn gegen Null strebt.
- Wenn die Bandbreite  $h \rightarrow 0$  läuft, wird auch der Bandbreitenparameter  $\lambda \rightarrow \infty$  konvergieren, womit nur Photonen gefunden werden, die sowohl im Ort als auch in der Richtung exakt dem Sampling-Strahl aus der Kamera entsprechen.
- Alle die Photonen, die exakt dem Sampling-Strahl entsprechen, sind identisch mit den Pfad-Strahlen des Path-Tracings bei einem unverrauschten Bild.

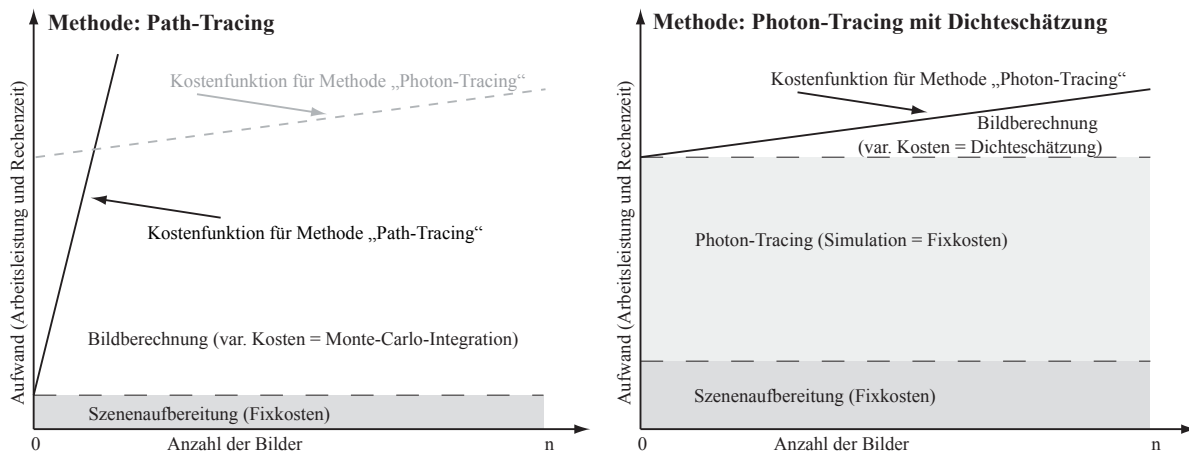
Bild 4.3 vergleicht qualitativ das Path-Tracing (links) als Bias-freie Monte-Carlo-Integration mit dem Prinzip aus Methode 1 und 2, der Bias-behafteten Dichteschätzung (rechts). Es ist zu erkennen, dass das Rauschen bei einer bestimmten Stichprobenzahl (Photonen) bei der Dichteschätzung durch den zugefügten systematischen Fehler (Bias) kleiner ist als bei der Methode Path-Tracing. In Bild 4.4 ist eine Funktion der VW Touran Heckleuchte als ein weiteres Beispiel und als direkter Vergleich abgebildet. Hier ist das Bias in Form einer Verwaschung in der Ortsdimension zu erkennen. Auffallend ist der drastisch unterschiedliche Aufwand für die Berechnung. Es liegt (exklusiv des Photon-Tracings) eine reine Bildberechnungszeit im Verhältnis von 7200 : 1 CPU-Sekunden vor.



**Bild 4.4:** geschätzte Leuchtdichte der VW-Touran-Heckleuchte (logarithmisch über 2.5 Dekaden); **links:** mittels Path-Tracing (Berechenzeit: 30 Minuten auf 40 CPUs); **rechts:** mittels Photon-Tracing mit 10 Sekunden Berechnungszeit auf 1 CPU aus ca. 100 Mio. Photonen (3 Stunden Simulation)

Trotz der signifikant längeren Berechnungszeit muss der Methode Path-Tracing in manchen Fällen der Vorzug gegenüber der Dichteschätzung gegeben werden. Dies ist dann der Anwendung geschuldet, wenn Simulationen mit Varianten-Vielfalt gefragt sind (siehe Kapitel 2.8.2). Bild 4.5 zeigt für beide Methoden schematisch den notwendigen Aufwand und spezifiziert die Art der eingesetzten Ressourcen. Links ist der geringe fixe Anteil bei dem Path-Tracing genauso zu erkennen, wie der steile Anstieg der Kurve, was auf einen großen variablen Anteil Kosten pro Bild schließen lässt. Im Vergleich dazu ist auf der rechten Seite von Bild 4.5 der sehr große fixe und sehr kleine variable Anteil der Berechnung zu sehen. Der Anwender muss somit nach Gefühl abwägen, welche Methode für sein Problem die größte Effizienz zulässt. Sein Beurteilungskriterium orientiert sich an der Fragestellung, ob eher eine Varianten- oder Aspekt-Vielfalt vorliegt (siehe Kapitel 2.8.2).

Ein weiterer Aspekt bei der Beurteilung von Leuchtdichteansichten ist, dass die reine Falschfarbendarstellung für den ungeübten Betrachter schwer lesbar ist. Daher wird in der Praxis so gut wie immer eine Echtfarbendarstellung präferiert. Um von einem quantitativ richtigen, hochdynamischen simulierten Leuchtdichtebild zu einer der Wahrnehmung angelehnten Ansicht zu kommen, bedarf es des Verfahrens Tone-Mapping. Tone-Mapping beschreibt, wie abhängig vom Leuchtdichtewert des simulierten Pixels von realen Leuchtdichtewerten über eine nichtlineare Dynamikkompression in ein Computerbild mit sehr eingeschränktem Dynamikumfang gewandelt wird. In diesem normalen Computerbild wird mit einer Farbtiefe von „8 bit“ pro Farbkanal versucht, die Hellwahrnehmung abzubilden, die ein Betrachter der simulierten Leuchtdichte haben würde. In Bild 4.4 ist ein logarithmisches Tone-Mapping über 2.5 Dekaden vorgenommen worden. Die dar-



**Bild 4.5:** *prinzipieller Aufwand für Berechnung; links: Path-Tracing mit Datenaufbereitung (fixer Aufwand) und Bildberechnung (variabler Aufwand); rechts: Photon-Tracing (Methode 2) mit Datenaufbereitung und Tracing-Phase (variabler Aufwand) und Dichteschätzung pro Bild (variabler Aufwand)*

zustellenden Leuchtdichten entsprechen im Falle der Heckleuchten nicht annähernd den auf herkömmlichen Displays darstellbaren Leuchtdichtewerten. Es handelt sich somit um eine starke Abstraktion, da per Definition das Tone-Mapping immer eine Reduktion der Information vornimmt.

Da trotz dieser Einschränkung mittels Echtfarbendarstellung Entscheidungen getroffen werden müssen, wurde während dieser Arbeit eine Methodik verwendet, mit der die Unsicherheiten im Umgang mit dem Tone-Mapping minimiert werden konnten.

### 4.4 Vorgehensweise bei Methode 1 und 2

Bei der Verwendung von Methode 1 und 2 ist eine Vielzahl von Unbekannten zu beachten. Diese Unbekannten sind Parameter, die bei der Simulation, der Dichteschätzung und der Darstellung auftreten. Folgende Parameter sind für Methode 2 beispielhaft zu nennen:

- Simulationsparameter für Lichtquellen und Oberflächeneigenschaften
- Anzahl der zu simulierenden Photonen
- Anzahl der  $k$ -nächsten Nachbarn
- Festlegen der maximalen Bandbreite für die  $k$ NN-Suche
- Bandbreitenparameter  $\lambda$
- Maximumwert für das Tone-Mapping

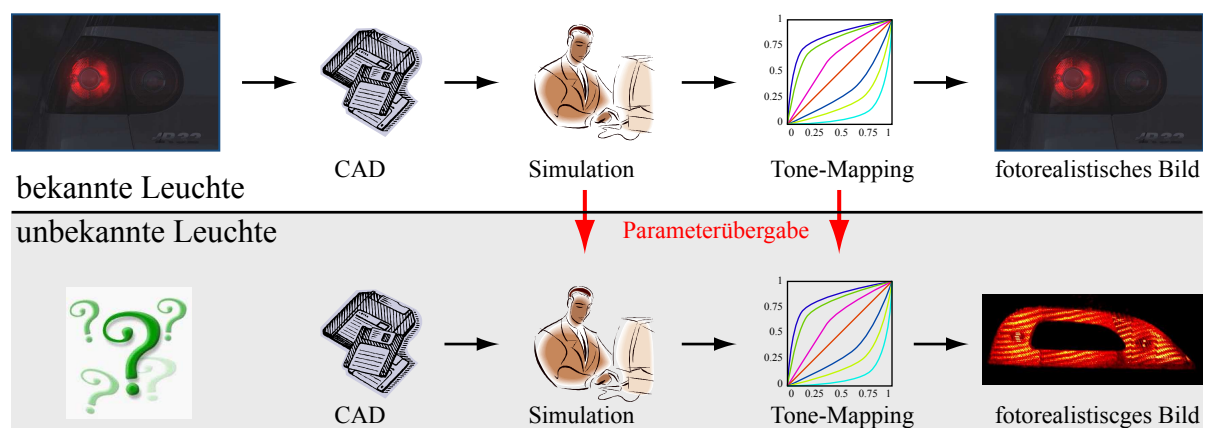
- Anzahl der logarithmisch darzustellenden Dekaden
- Perspektive für die Darstellung

Nach dem Prinzip der prädiktiven Visualisierung (siehe [Här08]) müssten die Parameter immer gleich gewählt werden, egal welches Lichtfeld darzustellen ist. Dieses Vorgehen ist für die Darstellung der nichtleuchtenden Erscheinung in der Tagsituation angezeigt, da die Prinzipien der Bestimmung der reflektierten Leuchtdichte der Umgebung einfach und immer gleich reproduzierbar sind. Im Laufe mehrerer Fahrzeugprojekte können Entwickler, Designer und Entscheidungsträger durch die gleichbleibende Art der Darstellung ein großes Maß an Erfahrung sammeln und Vertrauen zur Aussagekraft dieser virtuellen Technik bekommen. Ohne die daraus resultierende Akzeptanz ist das Prinzip der prädiktiven Visualisierung jedoch unwirksam.

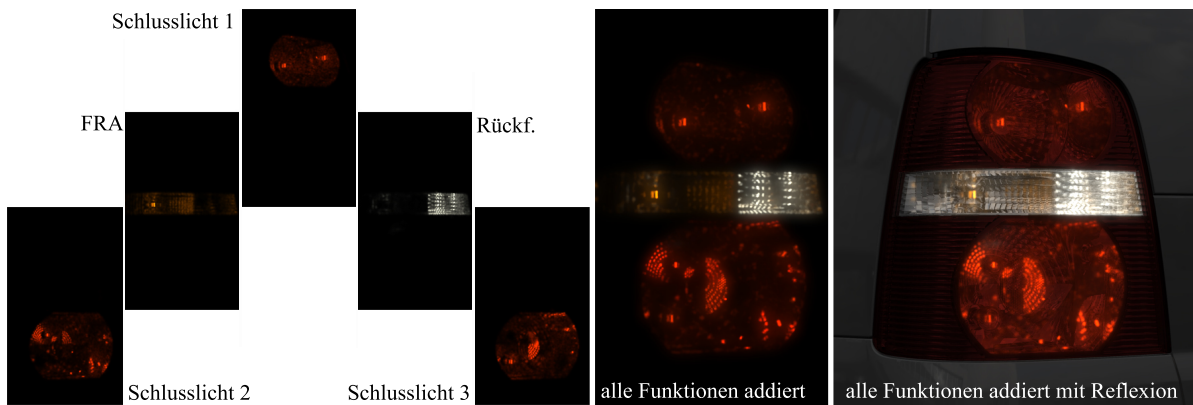
Im Gegensatz dazu sind für die Schätzung des selbst emittierenden Anteils der Leuchtdichteverteilung die Dichteschätzungsparameter nötig, die nicht unabhängig von der Charakteristik der Leuchte sind. Diese Parameter müssen der Struktur des Lichtfeldes angepasst sein und müssen sich somit von Leuchte zu Leuchte unterscheiden.

Diese Anpassung der Dichteschätzungsparameter entsprechend dem jeweiligen Lichtfeld widerspricht im Grundsatz dem Prinzip der prädiktiven Visualisierung. Um dieser Diskrepanz die Wirksamkeit zu nehmen, wird bei der Erstellung der Visualisierung ein weiterer Aspekt hinzugefügt: die *vergleichende Visualisierung*.

Maßgeblich bei der vergleichenden Visualisierung ist eine Art von subjektiver Kalibrierung. Zentrales Element bei dieser kalibrierten Visualisierung ist ein Visualisierungsnormale. Als Normal wird hier die Visualisierung eines bereits existierenden Bauteils bezeichnet, dessen Erscheinung hinreichend bekannt und als visuelles Abbild im Wissensnetz des Entscheiders vorhanden ist. Dem Ersteller und Entscheider werden, basierend auf



**Bild 4.6:** Prinzip vergleichende Visualisierung: Anpassung von Simulations- und Visualisierungsparametern mittels Daten bekannter Leuchten, um diese Parameter auf bau-ähnliche unbekannte Leuchten zu übertragen

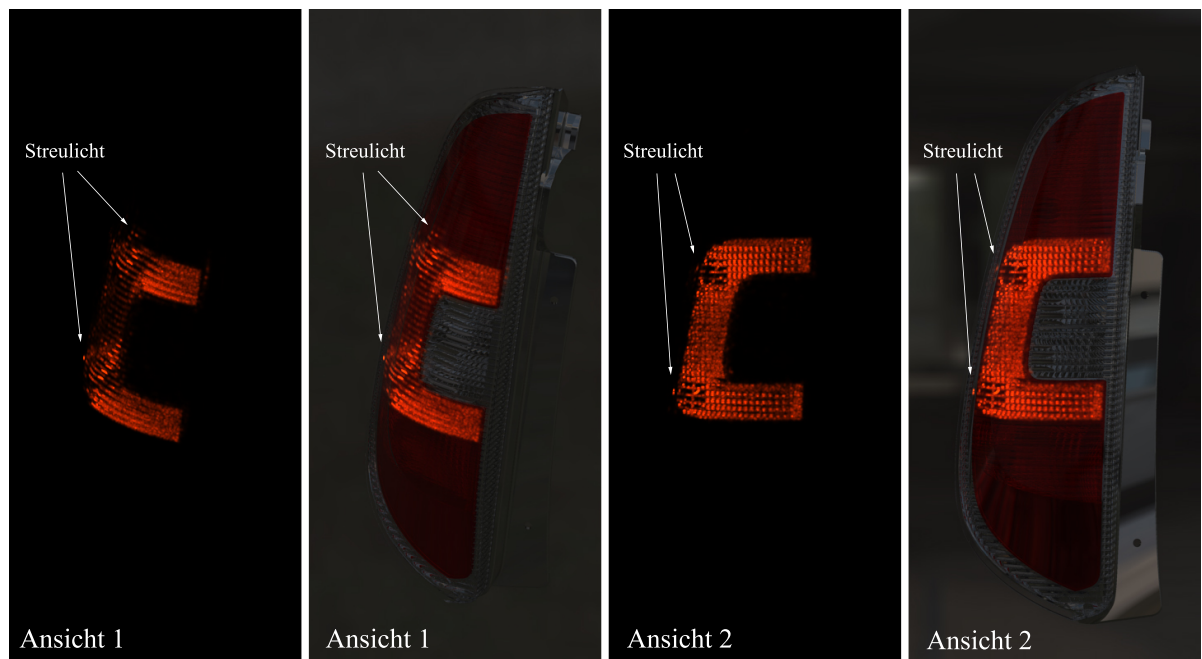


**Bild 4.7:** Visualisierung VW Touran Heckleuchte; **links:** Teillichtfelder pro Lichtquelle; **Mitte:** durch Addition der Verteilungen gewonnene Gesamtverteilung; **rechts:** nach der Rendering-Gleichung von Kajiya [Kaj86] addierte reflektierte und emittierte Leuchtdichteverteilung

den CAD-Daten von bereits in der Serienproduktion befindlichen ähnlich strukturierten Bauteilen, Visualisierungen präsentiert, die als Normal dienen. Diese Vorgehensweise erlaubt dem Entscheider zu bewerten, wie groß der Realitätsbezug der Darstellung ist. Er bildet sich einen nicht zu quantifizierenden individuellen Eindruck von der Übereinstimmung mit bzw. Abweichung von der Realität. Der Entscheider bewertet, ob und wie gut ihm bekannte Effekte realer Bauteile in der virtuellen Darstellung reproduzierbar sind. Dies führt dazu, dass der Entscheider selbst einschätzen kann, ob er sich imstande fühlt, auf dieser virtuellen Basis Entscheidungen treffen zu können. Auch eine Ablehnung der Visualisierung in einem speziellen Fall kann zur Akzeptanzsteigerung bei der virtuellen Beurteilung in einem zukünftigen Fall dienen.

Befindet der Entscheider, dass die Darstellungsqualität hinreichend genug ist, werden die Parameter für die Simulation und Visualisierung exakt auf die Visualisierung des neuen Bauteils übertragen. Wie stark genau hierbei das Verfahren der vergleichenden Visualisierung die Entscheidungsfähigkeit, die Akzeptanz und die Entscheidungsgüte verbessern, ist noch nicht quantitativ untersucht. Abgeleitet aus der Praxis wird die These hier aufgestellt, dass die Verbesserung der Entscheidungsfähigkeit signifikant vom jeweiligen Bauteil und von der bewertenden Person abhängig ist. Der technische Aufwand, ein solches Visualisierungsnormal zu erstellen, ist jedoch sehr gering, und die Praxis hat gezeigt, dass die vergleichende Visualisierung mindestens die Akzeptanz der virtuellen Darstellung signifikant erhöht.





**Bild 4.8:** Visualisierung Škoda Roomster; zwei unterschiedliche Ansichten, jeweils als reine emittierte Verteilung und als addiert mit Reflexion; Kennzeichnung von Streulicht-Effekten durch Lichtleitung in der Außenlichtscheibe



**Bild 4.9:** Visualisierung der aktuellen VW Golf Heckleuchte; Ansicht aus Richtung mit maximaler Lichtstärke

## 4.5 Weitere Beispiele

Folgende Beispiele zeigen die Verwendung von Methode 2. In Bild 4.7 ist aufgezeigt, wie unterschiedliche Funktionen gleichzeitig dargestellt werden können. Die unterschied-





**Bild 4.10:** *Visualisierung eines in den Spiegel integrierten Fahrtrichtungsanzeiger mit amber LEDs als Lichtquelle*

lichen Funktionen werden jeweils durch eine einzelne Lichtquelle erzeugt, die separat simuliert und visualisiert werden kann. Das Gesamtlichtfeld ist dann die Summe der einzelnen Teillichtfelder. Um unterschiedliche Spektren, die nicht räumlich variieren, darstellen zu können, kann die Leuchtdichteverteilung eingefärbt werden. Die Farbinformation kann durch die Multiplikation der Spektren der Lichtquelle mit den Spektren etwaiger reflektierender bzw. transmittierender Lichtleitelemente gewonnen werden.

Bild 4.7 zeigt darüber hinaus, wie der Bezug zur Geometrie der Leuchte hergestellt werden kann. Nach Kajiya [Kaj86] wird die Leuchtdichte der zu bestimmenden virtuellen Abbildung durch die Addition der selbstemittierten und der reflektierten Leuchtdichte bestimmt. Bild 4.7 (rechts) zeigt die mittels Simulation vorhergesagte Erscheinung der VW Touran Heckleuchte.

Ein weiteres Anwendungsbeispiel ist eine Leuchte von Škoda, die Leuchte des Škoda Roomster (siehe Bild 4.8). Hier ist in einem Konstruktionsstand anhand der Simulation festgestellt worden, dass über die Optik in der Außenlichtscheibe ein Lichtleiteffekt auftritt und die gewünschte, klar abgegrenzte Kontur der Rücklichtfunktion nicht einwandfrei gewährleistet ist. Die jeweilige, mit der Reflexion überlagerte Darstellung, macht die Bereichsüberschreitung sichtbar.

Ein weiteres Beispiel ist in Bild 4.9 zu sehen. Hier ist die sehr gute Homogenität der Schlusslicht-Funktion dargestellt. Streulichtuntersuchungen wurden auch hier durchgeführt.

Neben der Schlusslicht-Funktion können auch andere lichttechnische Einrichtungen mit Leuchtfunktion visualisiert und deren Erscheinung abgesichert werden. Ein Beispiel dafür ist in Bild 4.10 abgebildet.

**Tabelle 4.2:** Vergleich von Methode 1 und Methode 2 mit dem Stand der Technik (Path-Tracing) hinsichtlich der definierten Anforderungen

<b>Anforderung</b>	<b>Path-Tracing (Stand der Technik)</b>	<b>Vollhistogramm (Photon-Tracing) (Methode 1)</b>	<b>Kerndichteschätzer (Photon-Tracing) (Methode 2)</b>
Methode muss Leuchtdichteansichten sehr schnell berechnen können	abhängig von CPU-Zahl; benötigt mehrere Stunden bis Tage pro Bild	mehrere Stunden für Simulation; mehrere Stunden Encoding; mehrere Minuten pro Bild	mehrere Stunden für Simulation; mehrere Minuten für Baumaufbau; mehrere Sekunden pro Bild
Methode muss unabhängig von der Komplexität der Leuchte sein	Berechenzeit hängt direkt von Komplexität der Simulation ab	Berechenzeit hängt nicht von Komplexität der Simulation ab; Methode nutzt Photonensatz	Berechenzeit hängt nicht von Komplexität der Simulation ab; Methode nutzt Photonensatz
Methode muss gleiche Qualität für unterschiedl. Bildauflösungen liefern	Anzahl der Pfade steigt quadratisch mit der Auflösung und liefert unterschiedl. Ergebnisse	Qualität hängt von Basis-Mesh ab; benötigt Mehrfach-Sampling bei geringer Auflösung	liefert immer gleiches Ergebnis; benötigt Mehrfachsampling bei geringer Auflösung
Methode muss alle möglichen Winkelbereiche darstellen können	eine einzige Ansicht wird pro Simulation berechnet	simuliertes Lichtfeld enthält alle Ansichten; Methode kann alle Ansichten repräsentieren	simuliertes Lichtfeld enthält alle Ansichten; Methode kann alle Ansichten repräsentieren
Methode muss Skalierbarkeit des Hauptspeicherbedarfs gewährleisten	Speicheraufwand nicht größer als beim Photon-Tracing bei Methode 1 und 2	über Caching-Strategien und Komprimierung kann Speicherbedarf skaliert werden	über Caching-Strategien kann Speicherbedarf skaliert werden; Komprimierung nicht möglich
Methode muss sich in den bestehenden Prozessablauf einbetten lassen	deckt nur den Bereich der Varianten-Vielfalt ab (siehe Kapitel 2.8.2)	deckt Bereich der Aspekt-Vielfalt ab	deckt Bereich der Aspekt-Vielfalt ab; bei guter Prozessintegration auch Varianten-Vielfalt
Methode muss den Informationsgehalt der Simulation optimal nutzen	alle während der Simulation verfolgten Pfade dienen genau einer berechneten Ansicht	für eine Ansicht wird nur sehr kleiner Teil der Simulation verwendet; Diskretisierung reduziert Information	für eine Ansicht wird nur kleiner Teil der Simulation verwendet; jedoch volle Nutzung dieses Teils

# 5 Zusammenfassung und Ausblick

## 5.1 Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung neuer Methoden, um in der virtuellen Produktentwicklung von Leuchten die Absicherung der Erscheinung zu ermöglichen. Als Basis für die Erscheinung dient die der Wahrnehmung ähnliche lichttechnische Größe Leuchtdichte. Als einzige und damit Referenz-Methode für die Leuchtdichtebestimmung wurde das Path-Tracing identifiziert. Die Anwendungen im Zuge der virtuellen Produktabsicherung sind vielfältig und von jeweils unterschiedlichem Erkenntnisinteresse. Das Path-Tracing kann nicht alle Anwendungen abdecken, was die Notwendigkeit für neue Methoden zur Bestimmung der Leuchtdichte-Verteilung bedingt. Über Prozess- und Anwendungsanalysen wurden Anforderungen an diese neu zu schaffenden Methoden definiert.

Grundlage für die neuen Methoden ist das bereits etablierte Simulationsverfahren Photon-Tracing, das sich der Methode Ray-Tracing bedient. Der stochastische Charakter des Photon-Tracings wurde beschrieben und die Dichteschätzung als potentielle Möglichkeit der Lichtfeldrekonstruktion erarbeitet. Der Prozess des Photon-Tracings wurde ganzheitlich auf Einflussfaktoren für die Dichteschätzung untersucht.

Die Disziplin Computergrafik beschäftigt sich ebenfalls mit der Simulation des Lichttransportes und bietet potentiell viele Methoden, eine Leuchtdichteverteilung darzustellen. Diejenigen Methoden, die möglicherweise für die Darstellung verwendbar wären, wurden auf ihre Eignung hin untersucht. Jedoch wurden für die angestrebten Anwendungen keine Verfahren identifiziert.

Somit wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Methoden für die Dichteschätzung der Leuchtdichteverteilung entwickelt, das Vollhistogramm und der Kerndichteschätzer zur Schätzung des Lichtfeld-Schnitts. Beide Methoden schätzen die Lichtfeld-Funktion im vierdimensionalen Ort-Richtungs-Raum.

Das Vollhistogramm zeichnet sich dadurch aus, dass sowohl die Orts- als auch die Richtungsdimension fest diskretisiert werden. In die so entstandenen vierdimensionalen Bins werden die simulierten Photonen eingezählt. Auf diesem Wege wird die Verteilung des gesamten Lichtfeldes geschätzt, was dem Prozessschritt Encoding entspricht. Bei der Darstellung der Leuchtdichteverteilung werden anschließend die bereits geschätzten und abgespeicherten Leuchtdichtewerte interpoliert. Um diese Dichteschätzung zu verbessern, wurden Methoden für die Optimierung der Diskretisierung hinzugefügt und bewertet. Bei diesen Optimierungen stehen die Diskretisierung der Orts- und der Richtungs-

dimension im Fokus.

Als Ergebnis steht fest, dass das Vollhistogramm durch die globale a priori-Festlegung der Diskretisierung schwer dem individuellen Lichtfeld anzupassen ist. Die für die Anpassung notwendigen Optimierungsschleifen sind im Prozess nicht praktikabel. Jedoch ist das Vollhistogramm für die Repräsentation von Lichtquellen geeignet. Da es das gesamte Lichtfeld abbildet, ist die erneute Photonengenerierung aus der Verteilung möglich.

Im Gegensatz zum Vollhistogramm schätzt der Kerndichteschätzer nur die jeweilige Ansicht und nicht das gesamte Lichtfeld. Mit Hilfe des  $k$ NN-Verfahrens werden die  $k$  nächsten Nachbarn zur Auswertestelle pro Pixel gesucht. Die Abstände im Ort-Richtungs-Raum werden anhand einer neu definierten, sechsdimensionalen Euklidischen Metrik berechnet. Mit diesen Abständen wird die Leuchtdichte entsprechend der lokalen Dichte der Photonen über einen neu entwickelten 6D-Kern geschätzt. Auf die Wahl des Bandbreitenparameters  $\lambda$  wird besonders Wert gelegt, da er das Verhältnis zwischen Ort- und Richtungs-Dimension angibt und einen großen Einfluss auf die Dichteschätzung hat. Zentrales Element für die Photonen-Suche ist eine sechsdimensionale räumliche Beschleunigungsstruktur, ein  $k$ D-Baum.

Der Kerndichteschätzer kann zwar nicht wie das Vollhistogramm als Lichtquellen-Modell eingesetzt werden, überzeugt jedoch durch große Effizienz. Es können binnen weniger Sekunden Leuchtdichteverteilungen aus 100 Mio. simulierten Photonen bestimmt werden. Mit dieser Technik sind Echtzeitdarstellungen erstmals im Rahmen des Möglichen.

Besonderer Fokus liegt auch auf der Fehlerbetrachtung der Dichteschätzung, besonders für die Schätzung der Leuchtdichte. Hier wird genauer auf das Spannungsfeld zwischen Orts-Bias und Richtungs-Rauschen auf der einen Seite sowie Orts-Rauschen und Richtungs-Bias auf der anderen Seite eingegangen. Die Dichteschätzung konvergiert asymptotisch mit der Photonenzahl  $n$  gegen  $\infty$  zur exakt gleichen Lösung, zu der auch das Path-Tracing konvergiert. Im Gegensatz zum Path-Tracing zeichnet sich jedoch die Dichteschätzung bei dem Konvergenzvorgang durch die Eigenschaft aus, einen Großteil des Rauschens durch Bias zu kompensieren. Somit wird das Konvergenzverhalten erheblich beschleunigt und macht die virtuellen Anwendungen aus dem Bereich *Absicherung mit Aspektvielfalt* erst möglich.

Die Erfahrung hat gezeigt, dass die aus Simulationsdaten gewonnene Visualisierung meist realitätsnähere Ergebnisse zeigt, als einfache physische Lichtmuster mit Oberflächen geringer Güte.

Es wurde in Ergänzung zum Vollhistogramm und zum Kerndichteschätzer eine Methodik des vergleichenden Visualisierens erarbeitet, die zum einen die Einschränkungen der Darstellungsmedien kompensiert und zum anderen ein großes Maß an Akzeptanz bei Entwicklern und Entscheidungsträgern ermöglicht.

## 5.2 Ausblick

Die große Effizienz der Leuchtdichteschätzung lässt weitere Anwendungen denkbar werden, wie z. B. die Schätzung der Beleuchtungsstärke im Nahfeld und die Lichtstärkeschätzung aus Nahfelddaten. In Kapitel 3.5.11 wird diese auf der Leuchtdichteschätzung basierende Monte-Carlo-Integration im Detail beschrieben. Für die praktische Verwendung kann jedoch das Sampling der Verteilung optimiert werden, da von dem Basis-Mesh des Lichtfeldes nur ein kleiner Bereich den Hauptteil des integralen Wertes bildet. Als Optimierung wäre eine Art Importance-Sampling denkbar, dessen Samples aus einem mit dem Auswertepunkt abgeglichenen Durchlaufen des kD-Baum selbst generiert werden könnten. Die gleiche Optimierung kann die Verwendung der Leuchtdichteschätzung für die Lichtstärke einer praktischen Verwendung zuführen.

Nach einem ähnlichen Verfahren könnte die erneute Photon-Generierung durch den kD-Baum selbst möglich werden, indem der Baum ähnlich einem Galton-Brett von Zufallszahlen von der Wurzel bis zu den Blättern durchlaufen wird.

Des Weiteren können in einem Flächen-Lichtfeld für flache Winkel bezüglich der Oberflächennormalen hohe Leuchtdichten auftreten (z. B. Lambert-Strahler), was bei der Dichteschätzung ein großes Rand-Bias auf der Hemisphäre verursachen würde. Dieses Problem könnte vermutlich durch die Verwendung eines speziellen Rand-Kerns gelöst werden.

Wenn bei der Dichteschätzung große Ortsbereiche des Lichtfeldes auf einen Pixel der Verteilung abgebildet werden, muss über Mehrfachsampling über diesen Ortsbereich gemittelt werden. Hier könnte ein LOD-Verfahren (engl.: Level of Detail) helfen, bei großer Betrachtungsentfernung die Performance zu verbessern. Dies könnte wie folgt aussehen:

- *Vollhistogramm*: Zusammenfassen der Leuchtdichteinformationen in größeren Zellen (in Ortsdimension) und automatisches entfernungsabhängiges Umschalten zwischen Auflösungsstufen
- *Kerndichteschätzer*: Über die Vektor-Quantisierung kann von dem simulierten Lichtfeld ein Photonensatz mit geringerer Photonenzahl erstellt werden. Bei der Vektor-Quantisierung müsste darauf geachtet werden, dass lediglich die Orts-Dimension geglättet wird (mit sehr großen Werten für  $\lambda$ ). Auch ist hier ein entfernungsabhängiges Umschalten der Datenbasis nötig.

Eine Fragestellung zur Fortführung dieser Arbeit wäre die Übertragung der Prinzipien auf die wellenlängenabhängige Strahlungsdichte, um beispielsweise Farbaussagen vornehmen zu können. Hier ist zu klären, ob eine weitere Dimension für die Wellenlänge notwendig ist.

Darüber hinaus könnten die Tone-Mapping-Operatoren hinsichtlich ihrer Eignung für die Beurteilung großer Leuchtdichten validiert werden. Hierbei müssen gegebenenfalls

neue Verfahren entwickelt werden, welche die speziellen Anforderungen der Wahrnehmung hoher Leuchtdichten in Bezug auf gängige Darstellungsmedien berücksichtigen (vgl. [SSZG95]).

Ein weiterer Aspekt der Bewertung, die vergleichende Visualisierung, kann hinsichtlich Methodik und Akzeptanzsteigerung quantitativ untersucht und systematisiert werden. Hier ist der Einsatz von hochdynamischen Displays mit steuerbarer LED-Hinterleuchtung sinnvoll.

# A Anhang

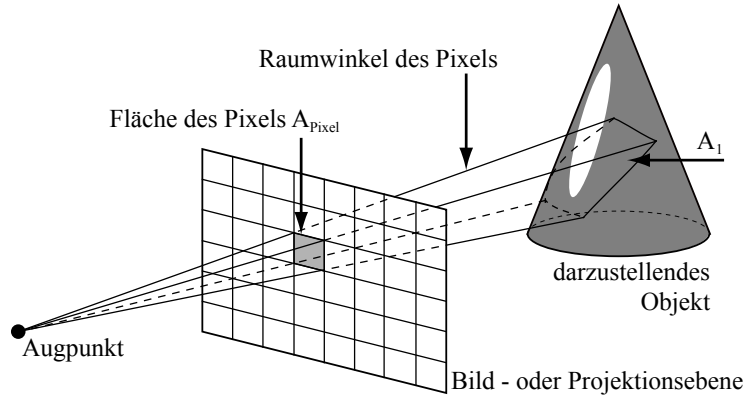
## A.1 Verwendete Hilfsmittel

Hilfsmittel	Beschreibung - Hersteller
L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X	Textsatzprogramm (freie Software)
ASAP	Software für Optik-Simulation - BREAULT Research
LucidShape	Software für Optik-Simulation - Brandenburg GmbH
Speos	Software für Optik-Simulation - Optis
CATIA	3D-CAD-Konstruktionssystem - Dassault Systems
Maya	Software für 3D-Animation - Autodesk GmbH
Mental Ray	3D-Rendering-System - mental images GmbH
Visual Studio 2008	Integrierte Entwicklungsumgebung - Microsoft Corporation
C ++	von ISO standardisierte Programmiersprache
Adobe Photoshop	Software für Pixelgrafiken - Adobe Systems Incorporated
Adobe Illustrator	Software für Vektorgrafiken - Adobe Systems Incorporated
Matlab	Software für Mathematik - MathWorks Inc.
Konverter801	Generierung von Strahldaten aus Nahfeldmessung - TechnoTeam Bildverarbeitung GmbH

## A.2 Kameramodell Lochkamera

In der Computergrafik wird in der Regel das Modell der *Lochkamera* verwendet. An dieser Stelle wird die lichttechnische Interpretation dieses Kameramodells aufgezeigt:

Ein Pixel des zu bestimmenden Bildes repräsentiert einen perspektivisch projizierten Bereich  $A_1$  der darzustellenden Objekte. Für das Pixel soll ein Leuchtdichtewert  $L_{\text{Pixel}}$  bestimmt werden. Um diese Pixelleuchtdichte zu bestimmen, wird das Kameramodell Lochkamera hergeleitet: Bild A.2 zeigt links das Modell der Lochkamera und rechts die Entsprechung in der Computergrafik bei der Bildsynthese. Bei der Lochkamera im herkömmlichen Sinne liegt die Bild- oder Projektionsebene hinter dem Loch, durch das das Licht auf den lichtempfindlichen Film fällt. Bei der computergrafischen Entsprechung



**Bild A.1:** Prinzip der Bildsynthese mittels virtueller Lochkamera von definiertem Augpunkt und Blickrichtung; vgl. [DLW94]

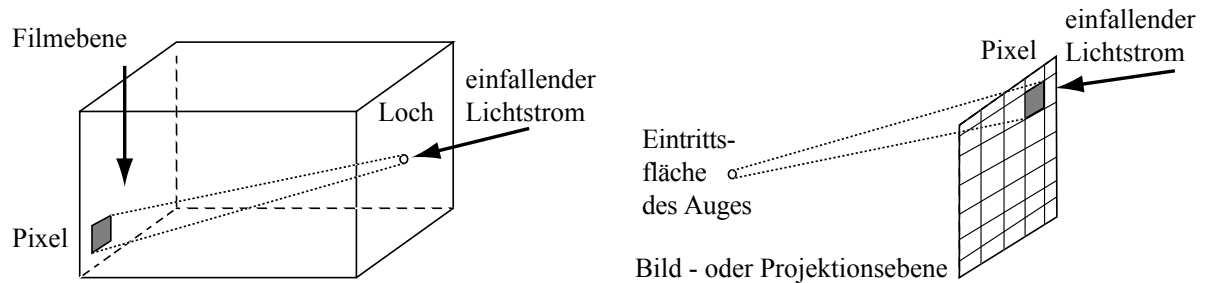
wird die Projektionsebene zwischen Augpunkt und abzubildendes Objekt gelegt. Dieser Unterschied ändert die perspektivische Darstellung nicht.

Ein Ansatz, die Pixelleuchtdichte zu bestimmen ist, den Lichtstrom zu berechnen und in die Leuchtdichte umzurechnen (siehe dazu Bild A.3):

$$\Phi_{\text{Pixel}} = \int_{A_{\text{Aug}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a) \frac{\cos \alpha_{\text{Auge}} \cdot \cos \alpha_{\text{Pixel}}}{r_{ep}^2} \quad (\text{A.1a})$$

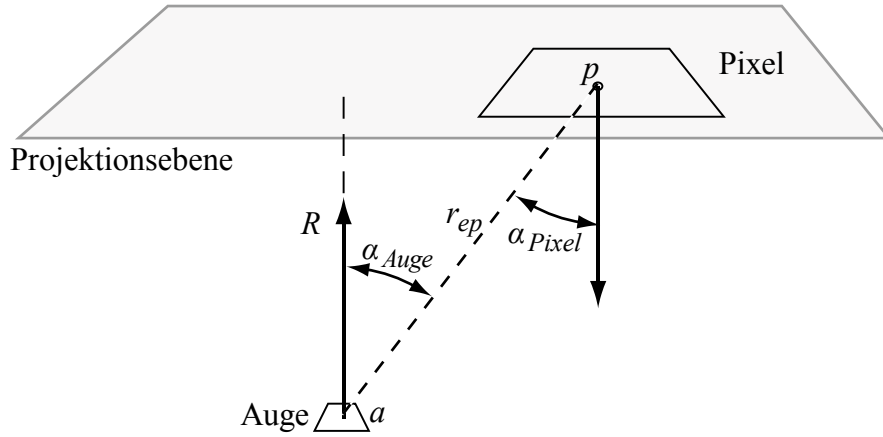
$$\Phi_{\text{Pixel}} = \int_{A_{\text{Aug}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a) \frac{(\cos \alpha)^4}{R^2} \quad (\text{A.1b})$$

Hier ist  $L(p \rightarrow a)$  die Leuchtdichte am Punkt  $p$  des Pixels in Richtung des Augpunktes  $a$ ,  $dA_a$  und  $dA_p$  jeweils die differentiellen Flächen des Auges und des Pixels. Es ist nun anzunehmen, dass die Leuchtdichte des Pixels, wenn sie konstant über dessen Fläche und



**Bild A.2:** *links:* Prinzip der Lochkamera (Camera obscura); *rechts:* Prinzip der Entsprechung bei der Bildsynthese ; vgl. [DLW94]





**Bild A.3:** Geometrische Beziehung Pixel- und Augenfläche

über den Richtungsbereich bezüglich des Augpunktes verstanden wird, folgendes gilt:

$$\int_{A_{\text{Auge}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L_{\text{Pixel}} \frac{(\cos \alpha)^4}{R^2} = \int_{A_{\text{Auge}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a) \frac{(\cos \alpha)^4}{R^2} \quad (\text{A.2})$$

Vereinfacht für die Beschreibung von  $L_{\text{Pixel}}$  kann notiert werden:

$$L_{\text{Pixel}} = \frac{\int_{A_{\text{Auge}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a) (\cos \alpha)^4}{\int_{A_{\text{Auge}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p (\cos \alpha)^4} \quad (\text{A.3})$$

Weitere Vereinfachungen sind durch zwei Annahmen möglich: Die erste Annahme ist, dass  $\cos \alpha$  konstant ist über den Integrationsbereich. Dies ist der Fall, wenn die Fläche des einzelnen Pixels sehr klein im Verhältnis zum Abstand zwischen Auge und Projektionsebene ist - dann gilt:

$$L_{\text{Pixel}} = \frac{\int_{A_{\text{Auge}}} dA_a \int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a)}{A_{\text{Auge}} \cdot A_{\text{Pixel}}} \quad (\text{A.4})$$

Die zweite Annahme könnte sein, dass davon ausgegangen wird, dass das Auge keine Fläche  $A_{\text{Auge}}$ , sondern lediglich ein Punkt ist -  $A_{\text{Auge}}$  wäre somit differentiell klein. Diese Annahme wird bei den meisten Raytracing-Verfahren verwendet und ergibt:

$$L_{\text{Pixel}} = \frac{\int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p L(p \rightarrow a) (\cos \alpha)^4}{\int_{A_{\text{Pixel}}} dA_p (\cos \alpha)^4} \quad (\text{A.5})$$

Wenn beide Annahmen getroffen werden, vereinfacht sich das Modell zu einer leicht verständlichen Variante. Hier wird angenommen, dass der Durchschnitt aller Leuchtdichtewerte berechnet wird, die durch einen einfachen Punkt das Pixel „beleuchten“:

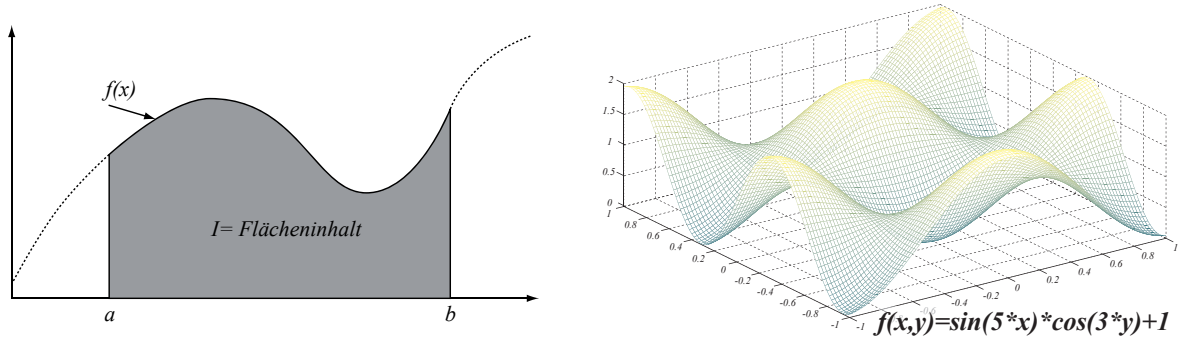
$$L_{\text{Pixel}} = \frac{\int dA_p L(p \rightarrow a)}{A_{\text{Pixel}}} \quad (\text{A.6})$$

## A.3 Monte-Carlo-Integration

Die Monte-Carlo-Integration verwendet zufälliges Sampling (Abtasten) einer Funktion, um die Eigenschaften an dieser zufällig gewählten Stelle zu bestimmen. Gegeben ist eine Funktion  $f(x)$ , deren Integral  $I$  zwischen  $a$  und  $b$  bestimmt werden soll:

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (\text{A.7})$$

Das Integral ist zu bestimmen, indem der Mittelwert der Funktion im Intervall zwischen



**Bild A.4:** *links:* Funktion  $f(x)$  mit Integral  $I$  zwischen  $a$  und  $b$   
*rechts:* bivariate Funktion  $f(x, y) = \sin(5x) * \cos(3y) + 1$

$a$  und  $b$  mit der Länge des Intervalls multipliziert wird. Zu diesem Zweck werden  $n$  Werte von  $f(x)$  gemittelt. Die Werte werden an den Stellen  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  ermittelt, die mit Hilfe gleichverteilter Zufallszahlen zwischen  $a$  und  $b$  bestimmt werden.

$$I_m = (b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \quad (\text{A.8})$$

$I_m$  ist die Monte-Carlo-Schätzung des Integrals. Mit steigender Anzahl von Samples  $n$  konvergiert  $I_m$  zum eigentlichen Integral  $I$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I_m = I \quad (\text{A.9})$$

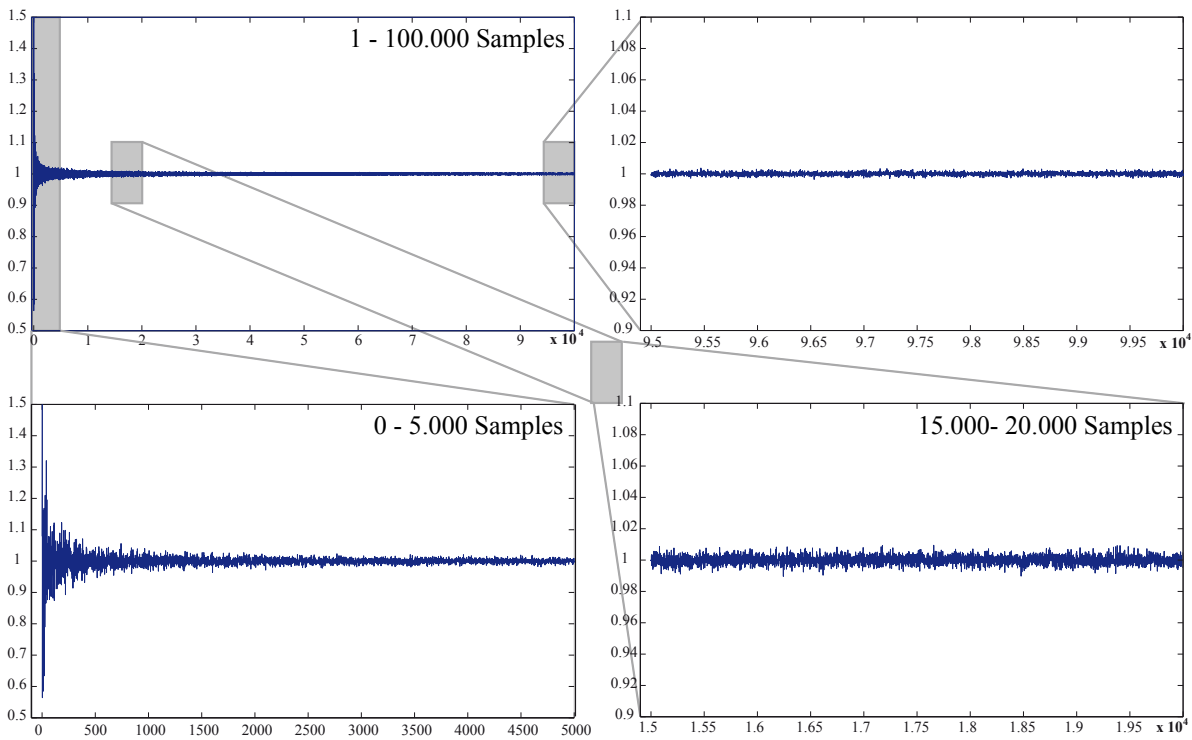
Möchte man die Konvergenzrate betrachten, geht man von der Varianz  $Var(I_m) = \sigma^2$  aus:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left( \int_a^b f^2(x) dx - I^2 \right) \quad \text{ist} \quad \sigma \propto \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (\text{A.10})$$

Gleichung (A.10) kann so interpretiert werden: Wenn der statistische Fehler halbiert werden soll, muss die Anzahl von  $n$  vervierfacht werden. Für den Monte-Carlo-Schätzer gilt das gleiche Verhalten, da:

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f(\xi_i) - I_m^2) \quad (\text{A.11})$$

In Bild A.5 ist exemplarisch der Verlauf für die Standardabweichung  $\sigma$  für  $\int f(x, y)$  aus Bild A.4 (rechts) bei  $n = 1$  bis  $n = 100.000$  dargestellt. Es ist zu erkennen, dass  $\sigma$  von  $n = 20.000$  bis  $n = 100.000$  kaum abnimmt, jedoch zu Beginn der Funktion ein rascher Abfall zu erkennen ist.



**Bild A.5:** *links:* Funktion  $f(x)$  mit Integral  $I$  zwischen  $a$  und  $b$   
*rechts:* bivariate Funktion  $f(x, y) = \sin(5x) * \cos(3y) + 1$

## A.4 Algorithmus für sphärisches Histogramm auf Basis Platonischer Körper

---

**Algorithmus 1** : Adresse von Dreiecken von unterteiltem Oktaeder

---

**Eingabe** : Photonenrichtung in  $x, y$  und  $z(Dir)$ ; Rekursionslevel( $RekLevel$ )

**Ausgabe** : Adresse des getroffenen Dreiecks

```
{** Identifizierung der Hemisphäre                                **}  
wenn  $z \geq 0$  dann  
|  $HemiIndex \leftarrow 1$   
sonst  
|  $HemiIndex \leftarrow 0$   
  
{** Identifizierung des Dreiecks des Oktaeders                    **}  
wenn  $y \geq 0$  dann  
| wenn  $x \geq 0$  dann  
| |  $InitDrIndex \leftarrow 00$   
| sonst  
| |  $InitDrIndex \leftarrow 01$   
sonst  
| wenn  $x \geq 0$  dann  
| |  $InitDrIndex \leftarrow 10$   
| sonst  
| |  $InitDrIndex \leftarrow 11$   
  
{** Rekursive Bestimmung der Adresse                              **}  
 $Adresse \leftarrow \text{findeDreieck}(\text{getDrKoord}(InitDrIndex), Dir, RekLevel)$   
  
{** Komposition der vollständigen Adresse                          **}  
 $Adresse \leftarrow \text{BitsAnhaengen}(InitDrIndex, Adresse)$   
 $Adresse \leftarrow \text{BitsAnhaengen}(HemiIndex, Adresse)$ 
```

---

---

**Algorithmus 2** : Funktion findeDreieck() von Algorithmus 1

---

```

Eingabe : Dreieck; Photonenrichtung in  $x, y$  und  $z$  ( $Dir$ );
           Rekursionslevel( $RekLevel$ )
Ausgabe : lokale Adresse des nächst kleineren gefunden Dreiecks

wenn  $RekLevel = 0$  dann
    ⊢ EXIT

    {** Dreieck in Subdreiecke aufteilen                                **}
     $SubDreieck[0] \leftarrow splitDreieck(Dreieck, 0)$ 
     $SubDreieck[1] \leftarrow splitDreieck(Dreieck, 1)$ 
     $SubDreieck[2] \leftarrow splitDreieck(Dreieck, 2)$ 
     $SubDreieck[3] \leftarrow splitDreieck(Dreieck, 3)$ 

    {** bestimmen getroffenes SubDreieck                                **}
     $hitSubDr \leftarrow getHitSubDreieck(SubDreieck[], Dir)$ 

    {** Zuweisen Adresse dieser Rekursionsstufe                        **}
    unterscheide  $hitSubDr$  tue
        Fall 0 :
            ⊢  $Adresse \leftarrow 00$ 
        Fall 1 :
            ⊢  $Adresse \leftarrow 01$ 
        Fall 2 :
            ⊢  $Adresse \leftarrow 10$ 
        Fall 3 :
            ⊢  $Adresse \leftarrow 11$ 

    {** Komposition Adresse  $RekLevel-1$  Rekursionen                    **}
     $Adresse \leftarrow BitsAnhaengen(Adresse, ...$ 
         $..., findeDreieck(SubDreieck[hitSubDr], Dir, RekLevel-1))$ 

    {** Ausgabe an nächst höhere Instanz                                **}
    return  $Adresse$ 

```

---

## A.5 Fluch der Dimensionalität

In der Statistik-Literatur wird betont, dass multivariate Dichteschätzung wesentlich aufwendiger ist, als univariate Dichteschätzung (siehe [Sim96, Sil86]). Eine Begründung dafür ist, dass bei dem mehrdimensionalen Fall mehr Bandbreitenparameter gewählt werden müssen. Hauptursache für die multivariate Dichteschätzung ist jedoch, dass die für eine vorgegebene Genauigkeit notwendige Datenmenge nicht linear mit der Dimension steigt. Für diese Nichtlinearität werden in der Literatur die Begriffe *Fluch der Dimension* (engl.: Curse of Dimensionality) und *Empty Space Phenomenon* geprägt (siehe [Sco92]). In hochdimensionalen Räumen ist die „lokale Umgebung“ eines Punktes fast immer leer, und nicht leere Umgebungen sind fast sicher nicht lokal. Die Abwägung zwischen Bias und Varianz wird mit steigender Dimension immer schwieriger, wenn die Datenmenge parallel nicht überproportional steigt. Sobald die Bandbreite so groß ist, dass genug Datenpunkte für eine Dichteschätzung mit akzeptabler Varianz erfasst werden, ist die entsprechende Umgebung nicht mehr lokal. Dies führt zu einem großen Bias.

Ein klassisches Beispiel zur Veranschaulichung dieses Problems ist die uniforme Verteilung im  $d$ -dimensionalen Hyperwürfel  $[-1, 1]^d$ . In diesem Beispiel wird der Anteil der Datenpunkte der Verteilung betrachtet, der in der  $d$ -dimensionalen Hyperkugel mit Mittelpunkt 0 und dem Radius 1 liegt. Für  $d = 2$  sind dies ca. 79%, für  $d = 4$  sind es noch ca. 30% und für  $d = 6$  lediglich noch 8%. Diese Zahlen ergeben sich direkt aus den Volumina des Hyperwürfels und der Hyperkugel (siehe Tabelle A.1). Die Hyperkugel ist eine lokale Umgebung, die mit zunehmender Dimension einen geringeren Anteil der vorhandenen Punkte enthält.

**Tabelle A.1:** *Verhältnis des Volumens der  $d$ -dimensionalen Hyperkugel zu dem Volumen des  $d$ -dimensionalen Hyperwürfels, wobei der Radius der Kugel die Hälfte der Kantenlänge des Würfels beträgt (siehe [Sco92])*

Dimension $d$	1	2	3	4	5	6	7
Verhältnis der Volumina	1	0,785	0,524	0,308	0,164	0,081	0,037

### Rechenbeispiel der Lichttechnik:

Nimmt man an, dass für den eindimensionalen Zahlenraum zwischen 0 und 1 ca. 100 Datenpunkte genügen, um eine mögliche Verteilung rekonstruieren zu können, bedeutet dies für den zweidimensionalen Fall schon 10000 und für den vierdimensionalen Fall bereits 100Mio Datenpunkte. Übertragen auf die Lichttechnik, würde dies bedeuten, dass ein Lichtstärkeverteilungskörper mit 10000 simulierten Photonen bei ähnlichem Frequenzverhalten annähernd genauso gut reproduzierbar ist, wie eine Leuchtdichtean-sicht generiert aus 100Mio Photonen. In der Praxis werden jedoch oft 10Mio Photonen

für die exakte Bestimmung des Lichtstärkeverteilungskörpers verwendet, was übertragen auf die vierdimensionale Dichteschätzung bei der Leuchtdichte einer Anzahl von  $10^{14}$  Photonen entspräche. Diese Zahl ist jedoch um den Faktor 1.000.000 größer, als die momentan gängige verwendete Photonenzahl von 100Mio.

In der Praxis wurde jedoch bei Versuchen mit Scheinwerfern noch bei einer simulierten Photonenzahl von 100Mio Rauschen im Lichtstärkeverteilungskörper (spezielle B50L) wahrgenommen. (Hinweis: 100Mio Photonen im binären Datenformat entsprechen einer Datenmenge von ca. 2.24 GigaByte.)

## A.6 Herleitung der Normalisierung von $K(\mathbf{x}_{pq})$

An dieser Stelle wird ergänzend zu Kapitel 3.5.6 die Normierung des nicht normalisierten Kerns  $\mathcal{K}$  aufgezeigt, die in dieser Arbeit entwickelt wurde:

$$K(\mathbf{x}_{pq}) = \frac{\mathcal{K}(\mathbf{x}_{pq})}{\int_A \int_{\Theta_x} \mathcal{K}(\mathbf{x}_{pq}) d\vec{\omega}_q dc_p} \quad (\text{A.12})$$

In Gleichung A.12 wird das zu lösende Integral deutlich. Für die Herleitung des Integrals wird davon ausgegangen, dass  $A$  die  $(x, y)$ -Ebene ist und dass  $c_p = (0, 0, 0)^T$  und  $\vec{\omega} = (0, 0, 1)^T$  gilt. Diese Vereinfachung ist möglich, da alle Funktionswerte von  $\mathcal{K}$  im Integrationsbereich  $\{\mathcal{K}(\mathbf{x}) \mid x \in A, \vec{\omega} \in \Theta_x\}$  für alle möglichen Photonen  $p$  und alle möglichen Orientierungen  $\vec{n}_x$  der Ebene  $A$  dieselben Werte darstellen. Dies gilt durch die Erweiterung des Integrationsbereiches auf  $A \times \Omega_x$ .

Für die Berechnung des Integrals wird die Richtung  $\vec{\omega}_q$  in Kugelkoordinaten dargestellt:

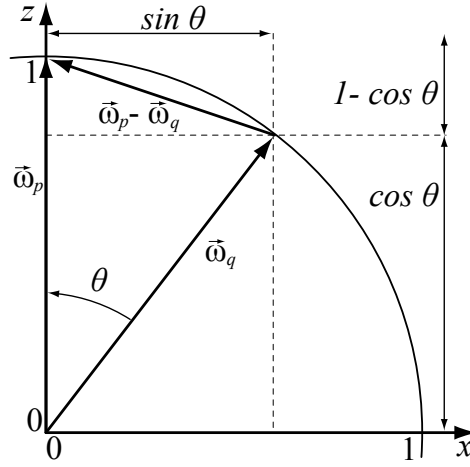
$$\vec{\omega}_q = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \end{pmatrix}.$$

$\theta$  ist der zwischen den Richtungen  $\vec{\omega}_p$  und  $\vec{\omega}_q$  eingeschlossene Winkel, da  $\vec{\omega}_p = (0, 0, 1)$ . Somit gilt folgende Gleichung:

$$\|\vec{\omega}_p - \vec{\omega}_q\| = (1 - \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta \quad (\text{A.13})$$

Nach Gleichung (A.13) kann der Abstand zwischen dem Photon  $p$  und dem Photonauswertungspunkt  $q$  wie nachfolgend bestimmt werden.

$$\begin{aligned} (H^{-1}\mathbf{x}_{pq})^T (H^{-1}\mathbf{x}_{pq}) &= \frac{\|c_p - c_q\|^2}{h^2} + \frac{\lambda^2 \|\vec{\omega}_p - \vec{\omega}_q\|^2}{h^2} \\ &= \left(\frac{x}{h}\right)^2 + \left(\frac{y}{h}\right)^2 + \left(\frac{\lambda(1 - \cos \theta)}{h}\right)^2 + \left(\frac{\lambda \sin \theta}{h}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$



**Bild A.6:** Polarwinkel  $\theta$  definiert Betrag des Differenzwinkels  $\vec{\omega}_p - \vec{\omega}_q$

mit  $c_q = (x, y, 0)$ . Für den Nenner von Gleichung (A.12):

$$\begin{aligned} \int_A \int_{\Theta_x} \mathcal{K}(\mathbf{x}_{pq}) d\vec{\omega}_q dc_p = \\ \int_{x=-h}^h \int_{y=-(h^2-x^2)^{0.5}}^{(h^2-x^2)^{0.5}} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\arccos\left(1 - \frac{h^2-x^2-y^2}{2\lambda^2}\right)} I(x, y, 0) \sin\theta d\theta d\phi dy dx \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

mit

$$I(x, y, 0) = 1 - \left( \left(\frac{x}{h}\right)^2 + \left(\frac{y}{h}\right)^2 + \left(\frac{\lambda(1 - \cos\theta)}{h}\right)^2 + \left(\frac{\lambda \sin\theta}{h}\right)^2 \right) \quad (\text{A.16})$$

wobei  $h \leq 2\lambda$  gilt. Die Integrationsgrenzen wurden so bestimmt, dass über alle möglichen Kombinationen aus Ortskomponente  $c_q$  und Richtungsvektor  $\vec{\omega}_q$  mit Bedingung  $((H^{-1}\mathbf{x}_{pq})^T (H^{-1}\mathbf{x}_{pq})) < 1$  integriert wird. Die Integration wird eingeschränkt, weil  $\mathcal{K}$  nur in dem definierten Bereich mit dem Integrant  $I$  übereinstimmt. Diese Einschränkung ändert jedoch nichts am Wert des Integrals, da der Integrationsbereich genau dem Träger von  $\mathcal{K}$  entspricht.

Für die obere Integrationsgrenze von  $\theta$  gilt ebenfalls, dass für jeden Auswertepunkt  $q$  die Bedingung  $((H^{-1}\mathbf{x}_{pq})^T (H^{-1}\mathbf{x}_{pq})) < 1$  erfüllt sein muss. So gilt nach Gleichung (A.16)  $1 - I < 1$ . Umgestellt kann formuliert werden:

$$x^2 + y^2 + \lambda^2 (1 - \cos\theta)^2 + \lambda^2 \sin^2\theta < h^2, \quad (\text{A.17})$$

was nach  $\theta$  umgestellt

$$\theta < \arccos\left(1 - \frac{h^2 - x^2 - y^2}{2\lambda^2}\right) \quad (\text{A.18})$$



ergibt. Diese Herleitung gilt, da der Kosinus im Bereich  $[0, \pi]$  monoton fallend ist. Es gilt, dass  $\left(1 - \frac{h^2 - x^2 - y^2}{2\lambda^2}\right)$  mit der Bedingung  $h \leq 2\lambda$  und  $h^2 - x^2 - y^2 > 0$  zwischen  $-1$  und  $1$  liegt, womit der Arkuskosinus definiert ist.

## A.7 Asymptotische Approximation von $MISE(\hat{f})$

angelehnt an [Wan95] gilt:

$$E(\hat{f}(x)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} E\left(K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)\right) \quad (\text{A.19a})$$

$$= E\left(\frac{1}{h} K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h} K\left(\frac{x - u}{h}\right) f(u) du \quad (\text{A.19b})$$

Berechnung des inneren Integrals:  $\int_{-\infty}^{\infty} (1/h) K((x - u)/h) f(u) du$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{h} K\left(\frac{x - u}{h}\right) f(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} K(y) f(x + yh) dy \quad (\text{A.20a})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K(y) \left\{ f(x) + f'(x) yh + \frac{1}{2} f''(x) y^2 h^2 + o(h^2) \right\} dy \quad (\text{A.20b})$$

$$= f(x) + h^2 \frac{1}{2} f''(x) \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} K(y) y^2 dy}_{\nu_2(K)} + o(h^2) \quad (\text{A.20c})$$

Dies impliziert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Bias^2(\hat{f}(x)) dx = h^4 \frac{1}{4} \nu_2(K)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 dx + o(h^4) \quad (\text{A.21})$$

Für die Varianz ergibt sich:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Varianz}(\hat{f}(x)) \, dx = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n E \left( \frac{1}{h} K \left( \frac{x - X_i}{h} \right) - E \left( \frac{1}{h} K \left( \frac{x - X_i}{h} \right) \right) \right)^2 \quad (\text{A.22a})$$

$$= \frac{1}{nh} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} K(y)^2 \, dy}_{R(K)} + o\left(\frac{1}{nh}\right) \quad (\text{A.22b})$$

Daraus resultiert folgende asymptotische Approximation für  $MISE(\hat{f})$ :

$$MISE(\hat{f}) = \frac{1}{nh} R(K) + \frac{1}{4} h^4 \nu_2(K)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 \, dx + o\left(\frac{1}{nh} + h^4\right) \quad (\text{A.23})$$

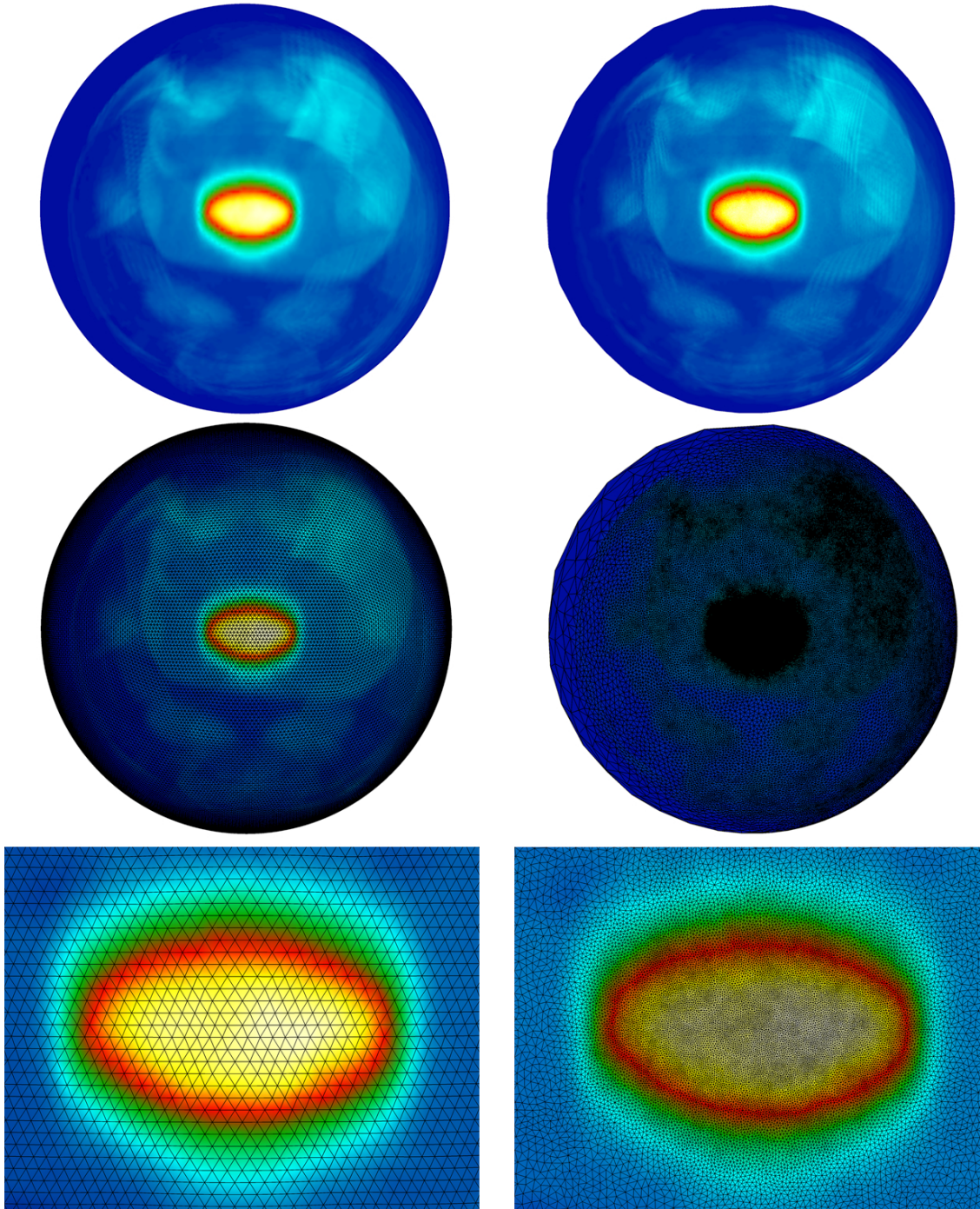
Minimieren über  $h$  liefert eine asymptotisch optimale Bandweite:

$$h_{opt} = \left\{ \frac{R(K)}{n \nu_2(K)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 \, dx} \right\}^{1/5} \quad (\text{A.24})$$

Der minimale Wert des  $MISE$  unter Verwendung von  $h_{opt}$  ergibt somit:

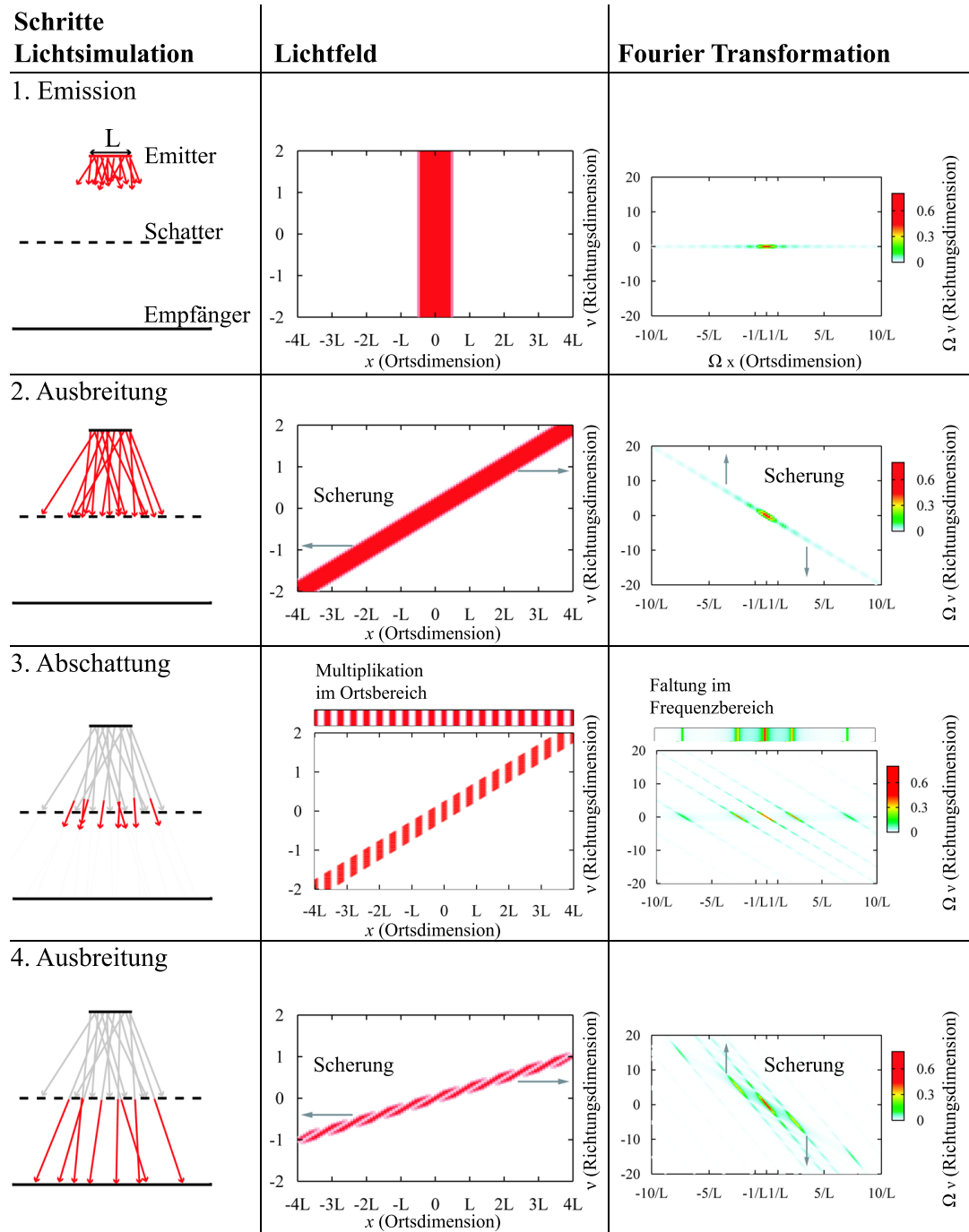
$$MISE(\hat{f}_{h_{opt}}) = \min_{h>0} MISE(\hat{f}_h) = \frac{5}{4} \left\{ \nu_2(K)^2 R(K)^4 \int_{-\infty}^{\infty} f''(x)^2 \, dx \right\}^{1/5} n^{-4/5} \quad (\text{A.25})$$

## A.8 Bilder zum adaptiven Voronoi-Histogramm (FP)



**Bild A.7:** Lichtstärkeverteilung einer Heckleuchte; **links:** regelmäßiges Voronoi-Histogramm (FP) auf Basis des Ikosaeder; **rechts:** adaptives Voronoi-Histogramm (FP)

# A.9 Lichttransport als Faltung des Lichtfeldes



**Bild A.8:** Effekte auf das Spektrum verursacht durch beispielhafte Lichttransportarten. 2D-Fourier-Transformation (rechte Spalte) ist analytisch durchgeführt. Siehe [Dur05]

# Literatur

- [Ade91] ADELSON, E.H.; BERGEN, J.R.: *The plenoptic function and the elements of early vision*. M. Landy and J. A. Movshon, (eds) *Computational Models of Visual Processing* ; MIT Press, Seiten 3–20, 1991.
- [Ary98] ARYA, S.; MOUNT, D.M.; NETANYAHU N.S.; WU A.Y.: *An Optimal Algorithm for Approximate Nearest Neighbor Searching Fixed Dimensions*. Journal of the ACM, 45:891–923, 1998.
- [Ash93] ASHDOWN, IAN: *Near-Field Photometry: A New Approach*. J. Illum. Eng. Soc., Volume 22, Seiten 163–180, 1993.
- [Ash95] ASHDOWN, IAN: *Near-Field Photometry: Measuring and Modeling Complex 3-D Light Sources*. In SIGGRAPH 95 Course Notes - Realistic Input for Realistic Images, Seiten 1–15, 1995.
- [Ban02] BANDA, S.: *Lichttechnische Berechnungen: Grundlagen - Verfahren - Eigenschaften*. Nummer ISBN: 3-8169-2128-0. Renningen: expert Verlag, 2002.
- [Breom] BREault: *ASAP (Advanced Systems Analysis Program) von Breault*, <http://www.breault.com>.
- [Bro95] BRONSTEIN, SEMENJAJEW, MUSIOL MÜHLIG: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun, 2. Auflage, 1995.
- [Cam01] CAMPBELL, R.; FLYNN, P.: *A Survey of Free-form Object Representation and Recognition Techniques*. Computer Vision and Image Understanding, 81(2):166–210, 2001.
- [Cha01] CHANG, A. Y.: *A Survey of Geometric Data Structures for Ray Tracing*. Technischer Bericht TR-CIS-2001-06, Polytechnic University Brooklyn - Long Island - Westchester, October 13th 2001.
- [Coo84] COOK, R. L.; PORTER, T.; CARPENTER L.: *Distributed Ray Tracing*. Computer Graphics, 18(3):137–145, August 1984.
- [Cut97] CUTTLE, C.: *Cubic illumination*. Lighting Research & Technology, 29(1):1–14, 1997.
- [dB08] BERG, M.; CHEONG, O.; VAN KREVELD M.; OVERMARS M. DE: *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer, Berlin, 2008.

- 
- [Deh03] DEHOFF, P.; FISCHER, D.; GALL D. ET. AL.: *Das UGR - Verfahren zur Bewertung der Direktblendung der künstlichen Beleuchtung in Innenräumen*. Deutsche Lichttechnische Gesellschaft - Fachausschuss Innenbeleuchtung; ISBN-10: 3927787205, 2003.
- [Dev02] DEVLIN, KATE; CHALMERS, ALAN; WILKIE ALEXANDER; PURGATHOFER WERNER: *Tone Reproduction and Physically Based Spectral Rendering*. EUROGRAPHICS 2002, State of the Art (STAR)-Report, 2002.
- [DLW94] DUTRÉ, P., E. LAFORTUNE und Y. WILLEMS: *A mathematical framework for global illumination algorithms*. In: *In Proceedings of the Winter School of Computer Graphics and CAD Systems '94*, Seiten 75–84, 1994.
- [Dur05] DURAND, F.; ET. AL.: *A frequency analysis of light transport*. ACM Transactions on Graphics, 24(3):1115–1126, Aug 2005.
- [Dut03a] DUTRÉ, P.: *Global Illumination Compendium (Formelsammlung zum Thema Globale Beleuchtung)*, 2003.
- [Dut03b] DUTRÉ, P.; BEKAERT, P.; BALA K.: *Advanced Global Illumination*. A K Peters Ltd., Natick, 2003.
- [Eck87] ECKHARDT, R.: *Stan Ulam, John von Neumann and the Monte Carlo Method*. Los Alamos Science, Seite P.135, 1987.
- [Fol95] FOLEY, JAMES D. ET. AL.: *Computer Graphics. Principles and Practice. Second Edition in C.: Principles and Practice in C*. Addison-Wesley Longman, Amsterdam, ISBN-10:0321210565, 1995.
- [Gal07] GALL, DIETRICH: *Grundlagen der Lichttechnik - Kompendium*. Richard Pflaum Verlag GmbH u. Co. KG, München, 2. Auflage, 2007.
- [Ger36] GERSHUN, A.: *The Light Field*. In: *Journal of Mathematics and Physics translated by P. Moon and G. Timoshenko*, Vol. XVIII, MIT, 1939, pp. 51-151., 1936.
- [Ger91] GERSHO, A.; GRAY, R.: *Vector Quantization and Signal Compression*. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [Goh03] GOHARIAN, N. ; JAIN, A.; SUN Q.: *Comparative Analysis of Sparse Matrix Algorithms for Information Retrieval*. Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics, 1(1), 2003.
- [Gor84] GORAL, C. M., TORRANCE K. E. GREENBERG D. P. BATTAILE B.: *Modelling the interaction of light between diffuse surfaces*. SIGGRAPH 84 Conference Proceedings, Volume 18:212 – 222, August 1984.

- [Gor96] GORTLER, S. J., GRZESZCZUK R. SZELISKI R. COHEN M. F.: *The Lumigraph*. SIGGRAPH 96 Conference Proceedings, Annual Conference Series:43–54, August 1996.
- [Gra06] GRANIER, X., GOESELE M. HEIDRICH W. SEIDEL H.-P.: *Rapport de recherche No.6000: Optical Filtering for Near Field Photometry with High Order Basis*. Technischer Bericht 6000, INRIA - Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Oktober 2006.
- [Gre98] GREGER, G; SHIRLEY, P.; HUBBARD P. M.; GREENBERG-D. P.: *The Irradiance Volume*. IEEE Computer Graphics and Applications, 18(2):32–43, 1998.
- [Hav01] HAVRAN, V.: *Heuristic Ray Shooting Algorithms*. Doktorarbeit, Czech Technical University in Prag, Faculty of Electrical Engineering (Department of Computer Science and Engineering), 2001.
- [Hec84] HECKBERT, P. S.; HANRAHAN, P.: *Beam tracing polygonal objects*. SIGGRAPH 84 Conference Proceedings, Volume 18:119–127, August 1984.
- [Hei97] HEID, J.: *QuickTime VR Clinic part 2; objects*. Macworld (Magazine for users of Apple Macintosh hardware ), February; 1997.
- [Hel50] HELWIG, H.J.: *Die Feldtheorie in der Lichttechnik*. LICHT-TECHNIK, Seiten 14–20, 1950.
- [Hen02] HENTSCHEL, H.-J.: *Licht und Beleuchtung. Grundlagen und Anwendung der Lichttechnik*. Hüthing Verlag, Heidelberg, 4. Auflage, 2002.
- [How68] HOWELL, J. R.: *Application of monte carlo to heat transfer problems*. Advances in Heat Transfer, 5:1–54, 1968.
- [Här04a] HÄRDLE, W: *Nonparametric and Semiparametric Models*. Springer-Verlag Berlin; ISBN-10:3540207228, 2004.
- [Här04b] HÄRING, S.: *Leuchten im Automobilbau - Visualisierungen*. Diplomarbeit in Kooperation mit Volkswagen AG, 2004.
- [Här05] HÄRING, S.: *Verfahren zur Visualisierung des Tagdesigns und der Nachtfunktion von Leuchten*. In: *LuxJunior - 7. internat.Forum für den lichttechnischen Nachwuchs*, 2005.
- [Här07a] HÄRING, S.: *Lichtsimation: Stochastik und Dichteschätzung der 4D-Lichtfeldfunktion*. In: *LuxJunior - 8. internat.Forum für den lichttechnischen Nachwuchs*, 2007.

- 
- [Här07b] HÄRING, S.: *Simulation of light distribution and lit appearance: analysis via density estimation*. In: *ISAL07 - International Symposium on Automotive Lighting*, 2007.
- [Här08] HÄRING, S.: *Berechnung der Leuchtdichte/Anmutung von Leuchten in der Produkt-entwicklung: Methoden und Methodik*. In: *Licht2008 - 18. Gemeinschaftstagung der Lichttechnischen Gesellschaften Deutschlands, Österreichs, der Schweiz und der Niederlande*, 2008.
- [Hum90] HUMPHREYS, P.: *Computer Simulations*. Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association, Vol. 2:pages 497–506, 1990.
- [Ihm97] IHM, I.; PARK, S.; LEE R. K.: *Rendering of spherical light fields*. Proceedings of the 5th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, Seite p.59, 1997.
- [Jen01] JENSEN, H. W.: *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*. AK Peters; ISBN: 1568811470, 2001.
- [Kaj86] KAJIYA, J.: *The rendering equation*. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, Volume 20 , Issue 4:143 – 150, 1986.
- [Kos02] KOSHEL, R. J.: *Lit appearance modeling of illumination systems*. In: SASIAN, J. M. ; KOSHEL, R. J. (Herausgeber): *Proc. SPIE Vol. 4768, p. 65-73, Novel Optical Systems Design and Optimization V*, Band 4768 der Reihe *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, Seiten 65–73, sep 2002.
- [Krü04] KRÜGER, U.: *Ausgewählte Aspekte der orts aufgelösten Erfassung stationärer Licht- und Farbverteilungen*. Doktorarbeit, Publikationsreihe des Fachgebietes Lichttechnik der TU Ilmenau Nr. 6, Der Andere Verlag Osnabrück ; ISBN 3-89959-167-4; 2004.
- [Kre05] KRENGEL, U.: *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag (Springer Science + Business Media) Wiesbaden, 8. erweiterte Auflage Auflage, Oktober 2005.
- [Lau84] LAUTZENHEISER, T., WELLER G. STANNARD S.: *Photometry For Near-Field Applications*. Journal of the Illuminating Society, 13(No.2), Seiten 129–136, 1984.
- [Lee05] LEE, M.Y. ; HA, Y. H. ; SHIN-J.H.; PARK J.H. ; LEE C.H.: *A lamp-lit image rendering of automotive rear lamp using spectral-based ray tracing method*. SAE transactions ISSN 0096-736X, 114:2458–2467, 2005.
- [Lev96] LEVOY, M., HANRAHAN P.: *Light Field Rendering*. SIGGRAPH 96 Conference Proceedings, Annual Conference Series:31–42, August 1996.



- [Lew84] LEWIS, E. E.: *Computational Methods of Neutron Transport*. Wiley-Interscience; Reprint edition (January 1993) ISBN-10: 0471092452, 1984.
- [Mil03] MILES, J. P.; FARRASHKHALVAT, M.: *Basic Structured Grid Generation: With an Introduction to Unstructured Grid Generation*. Cima Verlag, 2003.
- [Moo81] MOON, P.; SPENCER, D.E.: *The Photic Field*. MIT Press. ISBN 10: 0262131668, 1981.
- [Nga87] NGAI, P. Y.: *On Near-Field Photometry*. Journal of the Illuminating Society, Summer, Seiten 129–136, 1987.
- [Nic77] NICODEMUS, F.E. ET. AL.: *Geometric considerations and nomenclature for reflectance*. Monograph 161, National Bureau of Standards (US), 1977.
- [Nol04] NOLTE, R., BREDEMEIER K. POSCHMANN R. SCHMIDT F.: *10 Jahre Nahfeldgoniophotometer - Grenzen und Möglichkeiten*. In: *LICHT 2004 Dortmund*, 2004.
- [Optfr] OPTIS: *Speos Simulationsssoftware von Optis*, <http://www.optis.fr>.
- [ORAom] ORA: *LightTools Simulationsssoftware von ORA Optical Research Associate*, <http://www.opticalres.com/>.
- [Osr08] OSRAM: *Presse Information 6.1.2001: Silverstar headlight lamps from OSRAM*, (<http://www.osram.com/appscom/cgi-bin/press/archiv.pl?id=161>) 14.3.2008.
- [Pat92] PATTANAIK, S.; MUDUR, S.: *Computation of Global Illumination by Monte Carlo Simulation of the Particle Model of Light*. Proceedings of the 3rd Eurographics Workshop on Rendering, Seiten pages 71–83, 1992.
- [Pat93] PATTANAIK, S.; MUDUR, S.: *The Potential Equation and Importance in Illumination Computation*. Computer Graphics Forum, 12(2), 1993.
- [Pet09] PETERSON, G. L.: *How many rays do I need to trace? Applying the Rose model to computer analysis of illumination systems*. White paper, ([http://www.breault.com/resources/kbasePDF/wp\\_bro\\_001\\_how\\_many.pdf](http://www.breault.com/resources/kbasePDF/wp_bro_001_how_many.pdf)) 25.01.2009.
- [Rie84] RIEMANN, M., SCHMIDT F. POSCHMANN R.: *Zur Bestimmung der Lichtstärkeverteilung von Leuchten innerhalb der photometrischen Grenzentfernung mittels eines bildauflösenden Goniometers*. Journal of the Illuminating Society, 13(No.2), Seiten 129–136, 1984.
- [Rie91] RIEMANN, M., SCHMIDT F. POSCHMANN R.: *Verfahren und Anordnung zur Messung der Lichtstärkeverteilung von Leuchten und Lampen*. Deutsches Patentamt DE 41 10 574 C2, v. 31.3.1991, 1991.

- 
- [Ros73] ROSE, ALBERT: *Vision: Human and Electronic*. Plenum Pub.Co.; ISBN-10: 0306307324, 1973.
- [Rub81] RUBINSTEIN, R. Y.: *Simulation and the Monte Carlo Method*. New York: John Wiley & Sons, 1981.
- [Rud82] RUDEMO, M.: *Empirical choice of histograms and kernel density estimators*. Scandinavian Journal of Statistics, 9:65–78, 1982.
- [Sam89] SAMET, H.: *The Design and Analysis of Spatial Data Structures*. Addison-Wesley Pub (Sd); ISBN-10: 0201502550, 1989.
- [Sch03] SCHREGLE, R.: *Computer Graphics Forum*, Kapitel Bias Compensation for Photon Maps, Seiten pp. 729–742(14). Volume 22, Number 4, December 2003.
- [Sco92] SCOTT, D. W.: *Multivariate Density Estimation; Theory, Practice and Visualization New York*. John Wiley & Sons, Inc. New York; ISBN 0-471-54770-0, 1992.
- [Sco04] SCOTT, D. W.; SAIN, S. R.: *Data Mining and Computational Statistics (Band 24 der Reihe Handbook of Statistics)*, Kapitel Multi-Dimensional Density Estimation. Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [Sie96] SIEGEL, M. W., STOCK R. D.: *A General Near-Zone Light Source Model and its Application to Computer Automated Reflector Design*. SPIE Optical Engineering, 35 (9):2661–2679, September 1996.
- [Sil86] SILVERMAN, B. W.: *Density Estimation for Statistics and Data Analysis (CRC Monographs on Statistics & Applied Probability)*. Chapman and Hall, New York, 1986.
- [Sil94] SILLION, FRANÇOIS X. ; PUECH, CLAUDE: *Radiosity and Global Illumination*. Morgan Kaufmann Publishers Inc, ISBN 1-5586-027-71, 1994.
- [Sim96] SIMONOFF, J. S.: *Smoothing Methods in Statistics (Springer Series in Statistics)*. Springer-Verlag, New York, 1996.
- [SS04] SCOTT, D. W. und S. R. SAIN: *"Multi-Dimensional Density Estimation*, Seiten 229–263. Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [SSZG95] SPENCER, GREG, PETER SHIRLEY, KURT ZIMMERMAN und DONALD P. GREENBERG: *Physically-Based Glare Effects for Digital Images*. Computer Graphics, 29(Annual Conference Series):325–334, 1995.
- [Sto04] STOLZENBERG, KLAUS: *Eine lichttechnische Grundlage: Das photometrische Entfernungsgesetz*. Licht, Volume 3, Seiten 218–224, 2004.

- [Str06] STRAUB, K.; RIEDEL, O.: *Virtuelle Absicherung im Produktprozess eines Premium- Automobilherstellers*, Seiten 189–205. Nummer ISBN: 978-3-540-29161-9. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [Tot85] TOTH, D. L.: *On Ray Tracing Parametric Surfaces*. SIGGRAPH 84 Conference Proceedings, Volume 19 (3):171179, August 1985.
- [vH03] HOFFMANN, A. VON: *Lichttechnische Anforderungen an adaptive Kraftfahrzeugscheinwerfer für trockene und nasse Fahrbahnoberflächen*, PhD-Report TU-Ilmenau, Schriftenreihe Lichttechnik - Nr.4. Der-andere-Verlag, 2003.
- [Wal98] WALTER, B. J.: *Density Estimation Techniques for Global Illumination*. Diplomarbeit, Program of Computer Graphics, Cornell University, Ithaca, NY, 1998.
- [Wan95] WAND, M.P.; JONES, M. C.: *Kernel Smoothing (Monographs on Statistics and Applied Probability)*. Chapman & Hall/CRC, 1995.
- [Whi58] WHITTLE, P.: *On the Smoothing of Probability Density Functions*. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 20, No. 2:pp. 334–343, 1958.
- [Woo89] WOODWARD, C.: *Ray Tracing Parametric Surfaces by Subdivision in Viewing Plane*. Theory and Practice of Geometric Modeling; Springer-Verlag New York, Inc., Seiten 273 – 287, 1989.
- [Woo00] WOOD, D., ET AL: *Surface Light Fields for 3D Photography*. SIGGRAPH 2000 Conference Proceedings, Annual Conference Series:287?296, 2000.
- [Zha03] ZHANG, C.; CHEN, T.: *A Survey on Image-Based Rendering - Representation, Sampling and Compression*. Technischer Bericht AMP 03-03, Advanced Multimedia Processing Lab - Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2003.
- [Zha04] ZHANG, J.: *Linear moving-detector photometer: A new design concept*. Journal of the Illuminating Engineering Society; ISSN 0099-4480, 33, no1:75–86, 2004.

## Thesen:

1. Es existiert eine Dualität von Path-Tracing auf der einen Seite und Photon-Tracing mit Dichteschätzung auf der anderen. Beide Methoden konvergieren zur gleichen Lösung.
2. Die Bias-behafteten Dichteschätzungsverfahren sind dazu geeignet, ein Lichtfeld hinsichtlich vieler Aspekte zu bewerten. Das Path-Tracing hingegen ist eher für Varianten-Vielfalt geeignet.
3. Auf Basis rekursiv unterteilter Platonischer Körper ist eine annähernd einheitliche Diskretisierung der Richtungsdimensionen möglich. Diese Struktur kann auch effizient für die Lichtstärke verwendet werden und lässt sich ebenso für das Frequenzpolygon auf der Kugeloberfläche verwenden.
4. Die Lumisphären des Vollhistogramms lassen sich mit Hilfe der Vektor-Quantisierung für stark gerichtete Lichtfelder zur Datenreduktion komprimieren.
5. Das Vollhistogramm kann für die erneute Generierung von Photonen verwendet werden, da das komplette Lichtfeld geschätzt wird.
6. Der Kerndichteschätzer ist in Kombination mit der  $k$ NN-Methode sehr gut geeignet, Lichtfelder mit unterschiedlichen Dichten rekonstruieren zu können.
7. Die Erhöhung der Dimensionen im Lichtfeld von vier auf sechs hat keinen Einfluss auf die Dichteschätzung. Der Fluch der Dimensionalität kommt nicht zum Tragen.
8. Die Simulation einer Lichtstärkeverteilung ist mit der Kerndichteschätzung derart koppelbar, dass kein zusätzlicher Medienbruch stattfinden muß.
9. Die neu entwickelten Dichteschätzungsverfahren bilden eine Grundlage, welche Echtzeitdarstellungen prinzipiell erst möglich macht.
10. Die Schätzung der Leuchtdichte mit Hilfe von Dichteschätzungsverfahren kann für die Ableitung der Beleuchtungsstärke mittels Monte-Carlo-Integration im Nahfeld verwendet werden.

## Erklärung:

Ich versichere, dass ich vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise geholfen:

1. Herr STEFAN KNIEP (unentgeltlich)
2. Herr THOMAS BREMES (unentgeltlich)

Eine Bezahlung oben genannter Personen erfolgte nur im Rahmen der Anstellung durch die Volkswagen AG.

Weitere Personen waren an der inhaltlichen-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch angesehen wird und den erfolglosen Abbruch des Promotionsverfahrens zur Folge hat.

Wolfsburg, den 23. Februar 2009

Sebastian Häring